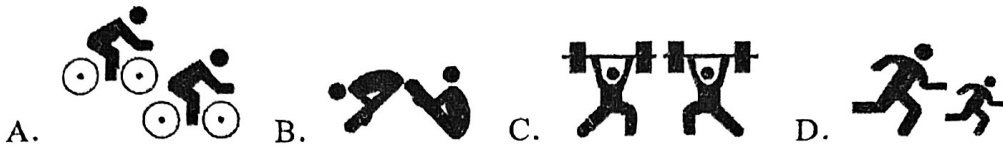


无锡市天一实验学校/2024 年春学期七年级数学期中试卷

(考试时间: 120 分钟 试卷总分: 120 分)

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分.)

1. 在下列各组由运动项目的图标组成的图形中, 能将其中一个图形只经过平移得到另一个图形的是 (▲)



2. 已知 $a \neq 0$, 下列计算正确的是 (▲)

A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^3 \div a^2 = a$

3. 已知三角形的两边长分别是 5 和 9, 则这个三角形第三边长可能是 (▲)

A. 3 B. 4 C. 5 D. 14

4. “人体红细胞的平均直径为 $0.0000077 m$, 该数据用科学记数法表示为 7.7×10^{-6} ”. 其中墨迹遮盖的“0”的个数为 (▲)

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. 下面各式从左到右的变形, 属于因式分解的是 (▲)

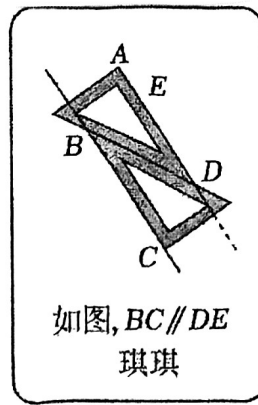
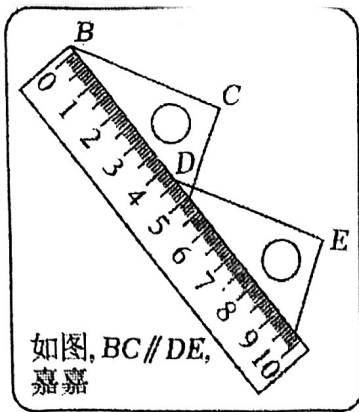
A. $x(x-1) = x^2 - x$ B. $x^2 - 1 = (x-1)^2$
C. $x^2 - x - 1 = x(x-1) - 1$ D. $x^2 - x = x(x-1)$

6. 一个多边形的内角和与它的外角和的和为 1800° , 则这个多边形的边数为 (▲)

A. 11 B. 10 D. 8

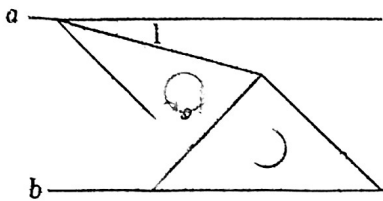
7. 已知直线 BC , 嘉嘉和琪琪想画出 BC 的平行线, 他们的方法如下, 下列说法正确的是 (▲)

- A. 嘉嘉和琪琪的方法都正确
B. 嘉嘉的方法不正确, 琪琪的方法正确
C. 嘉嘉的方法正确, 琪琪的方法不正确
D. 嘉嘉和琪琪的方法都不正确

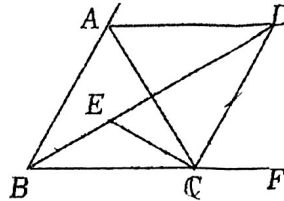


8. 一副三角板如图所示摆放, 若直线 $a \parallel b$, 则 $\angle 1$ 的度数为 (▲)

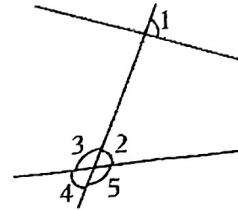
- A. 10° B. 15° C. 20°



(第 8 题图)



(第 10 题图)



(第 12 题图)

9. 若 $(x-2023)^2 + (x-2025)^2 = 26$, 则 $(x-2024)^2$ 的值是 (▲)

- A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BE , CE , CD 分别平分 $\angle ABC$, $\angle ACB$, $\angle ACF$, $AB \parallel CD$, 下列结论: ① $\angle BDC = \angle BAC$; ② $\angle BEC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$; ③ $\angle CAB = \angle CBA$; ④ $\angle ADB + \angle ABC = 90^\circ$, 其中正确的为 ()

- A. ②③④ B. ①②④ C. ①②③ D. ①②③④

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.)

11. 若 $(3a-2)^0 = 1$ 有意义, 则 a 的取值范围是 ▲.

12. 如图, $\angle 1$ 的同位角是 ▲.

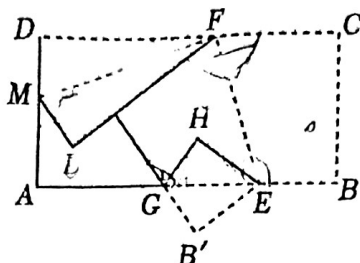
13. 已知 $a+b=3$, $a-b=-\frac{1}{3}$, 则 $a^2-b^2=$ ▲.

14. 已知 $a^{m+n}=16$, $a^m=8$, 则 $a^{2n}=$ ▲.

15. 如果 $x^2+(m-1)x+9$ 是一个完全平方式, 那么 m 的值是 ▲.

16. 若 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 的两边分别平行, 且 $\angle \alpha = (3m-10)^\circ$, $\angle \beta = (m+30)^\circ$, 则 $\angle \alpha$ 的度数为 ▲.

17. 如图，将长方形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠后，点 C 、 B 分别落在点 C' 、 B' 的位置， G 为 $C'B'$ 和 AB 的交点，再沿 AB 边将 $\angle B'$ 折叠到 $\angle H$ 处，最后将 $\angle D$ 折叠到 $\angle D'$ 处，恰好点 D' 在直线 $C'F$ 上（折痕是 FM ），已知 $\angle AMD' = 30^\circ$ ，则 $\angle HEF = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。



18. 图 1 是一盏可折叠台灯，图 2，图 3 是其平面示意图，固定底座 $AO \perp OM$ 于点 O ，支架 BA 与 CB 分别可绕点 A 和 B 旋转，台灯灯罩且可绕点 C 旋转调节光线角度，台灯最外侧光线 CE ， CD 组成的 $\angle ECD$ 始终保持不变。如图 2，调节台灯使光线 $CD \parallel BA$ ， $CE \parallel OM$ ，此时 $\angle BAO = 156^\circ$ ，则 $\angle ECD = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。现继续调节图 2 中的支架 CB 与灯罩，发现当最外侧光线 CE 与水平方向的夹角 $\angle CQM = 30^\circ$ ，且 $\angle ECD$ 的角平分线 CP 与 CB 垂直时，光线最适合阅读（如图 3），则此时 $\angle ABC = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。



图 1

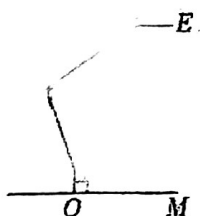


图 2

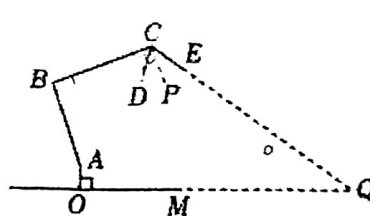


图 3

三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分。）

19. 计算：（每小题 4 分，共 8 分）

(1) $-1^{2024} + (-\frac{1}{3})^{-2} + (\pi - 5)^0$ (2) $(a^4 + 2a^2) \cdot (-2a^2)$

20. 因式分解：(每小题 4 分，共 8 分)

(1) $(a+b)^2 - a^2$

(2) $2x^2y - 8xy + 8y$

21. (本题满分 6 分) 先化简，再求值：

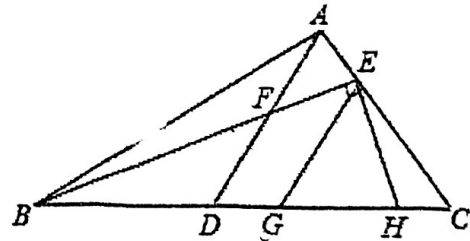
$(2x-3)^2 + (x+4)(x-4) + 5x(2-x)$ ，其中 $x = -\frac{1}{2}$ 。

22. (本题满分 8 分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 BC 上，点 E 在 AC 上， AD 交 BE 于 F 。已知 $EG \parallel AD$ 交 BC 于 G ， $EH \perp BE$ 交 BC 于 H ， $\angle HEG = 50^\circ$ 。

(1) 求 $\angle BFD$ 的度数；

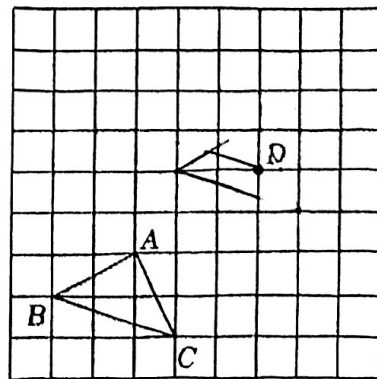
(2) 若 $\angle BAD = \angle EBC$ ， $\angle C = 41^\circ$ ，求 $\angle BAC$ 的度数。



23. (本题满分 6 分) 如图，在正方形网格中按下列要求画图：

(1) 将 $\triangle ABC$ 平移，使点 D 落在平移后的三角形内部，画出平移后的 $\triangle A'B'C'$ ；

(2) 过点 D 画出 BC 的平行线。



24. (本题满分 8 分) 尝试解决下列有关幂的问题:

- (1) 若 $2^x=8$, 则 $x=$ ▲ ; 若 $2^x \cdot 3^x=36$, 则 $x=$ ▲ ;
 (2) 若 $4 \times 16^x=2^{22}$, 求 x 的值;
 (3) $M=2 \times 9^x-3 \times 3^x+5$, $N=9^x-3^x-1$, 请比较 M 与 N 的大小.

25. (本题满分 10 分)

在学习《完全平方公式》时, 某数学学习小组发现: 已知 $a+b=5$, $ab=3$, 可以在不求 a 、 b 的值的条件下, 求出 a^2+b^2 的值. 具体做法如下: $a^2+b^2 = a^2+b^2+2ab-2ab=(a+b)^2-2ab=5^2-2 \times 3=19$.

- (1) 若 $a+b=7$, $ab=6$, 则 $a^2+b^2=$ ▲ ;
 (2) 若 m 满足 $(8-m)(m-3)=3$, 求 $(8-m)^2+(m-3)^2$ 的值, 同样可以应用上述方法解决问题. 具体操作如下:

解: 设 $8-m=a$, $m-3=b$

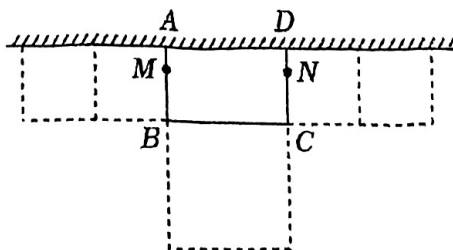
$$\text{则 } a+b=(8-m)+(m-3)=5, \quad ab=(8-m)(m-3)=3$$

$$\text{所以 } (8-m)^2+(m-3)^2=a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=5^2-2 \times 3=19$$

请参照上述方法解决下列问题:

若 $(3x-2)(10-3x)=6$, 求 $(3x-2)^2+(10-3x)^2$ 的值;

- (3) 如图, 某校“园艺”社团在三面靠墙的空地上, 用长 12 米的篱笆(不含墙 AM , AD , DN) 围成一个长方形花圃 $ABCD$, 花圃 $ABCD$ 的面积为 22 平方米, 其中墙 AD 足够长, 墙 $AM \perp$ 墙 AD , 墙 $DN \perp$ 墙 AD , $AM=DN=1$ 米. 随着学校“园艺”社团成员的增加, 学校在花圃 $ABCD$ 旁分别以 AB , CD 边向外各扩建两个正方形花圃, 以 BC 边向外扩建一个正方形花圃 (如图所示虚线区域部分), 请问新扩建花圃的总面积为 ▲ 平方米.



26. (本题满分 12 分)

如图 1, 直角三角板 ABC ($\angle ABC=30^\circ$) 的直角边 AC 所在直线与直线 MN 重合. 将该三角板绕点 A 逆时针旋转一定角度后, 如图 2 所示. 记 $\angle CAN=\angle\alpha$ ($0^\circ<\angle\alpha<90^\circ$), 过 B 作直线 $DE\parallel MN$. P 为射线 AM 上异于点 A 的一点, 从点 P 出发且位于直线 MN 上方的射线交直线 AB 于点 Q , 记 $\angle NPQ=\angle\beta$ ($0^\circ<\angle\beta<\angle\alpha+60^\circ$).

- (1) 若 $\angle CBE=30^\circ$, 且 $PQ\parallel AC$, 求 $\angle\beta$ 的度数;
- (2) ①若点 Q 在线段 AB 上 (不含端点), 则 $\angle BQP$ 与 $\angle\alpha$, $\angle\beta$ 满足的数量关系为 ;
- ②若点 Q 在线段 AB 延长线上 (不含端点), 判断上述关系是否成立. 若成立, 请说明理由; 若不成立, 给出三者应满足的关系并说明理由;
- (3) 若 $\angle\beta\neq\angle\alpha$, 且射线 PQ 不经过点 B , 设直线 PQ 分别交直线 BC 、 AC 于点 R 、 S , 直接写出当 $\angle\alpha$, $\angle\beta$ 满足什么条件时, 有 $|\angle BQP-\angle BRP|=\angle ASP$.

