

2022-2023 学年江苏省无锡市梁溪区侨谊实验中学七年级（下）

期中数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. （3 分）以下运动属于平移运动的是（ ）

- A. 彩旗飘飘 B. 荡秋千 C. 电梯升降 D. 折纸

2. （3 分）下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $a^2 + 2a = 3a^3$
C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(-a^2)^3 = -a^6$

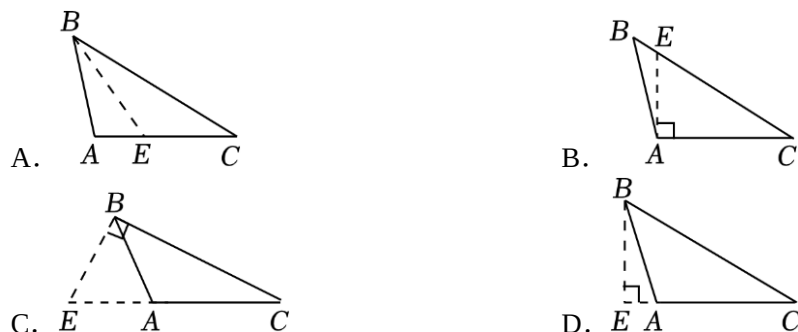
3. （3 分）下面各式从左到右的变形，属于因式分解的是（ ）

- A. $x^2 - x - 1 = x(x - 1) - 1$ B. $6x^3y^4 = 2x^3 \cdot 3y^4$
C. $x^2 - x - 6 = (x+2)(x-3)$ D. $x(x-1) = x^2 - x$

4. （3 分）以下列各组线段为边，能构成三角形的是（ ）

- A. 3cm, 4cm, 5cm B. 4cm, 5cm, 9cm
C. 1cm, 2cm, 3cm D. 3cm, 5cm, 10cm

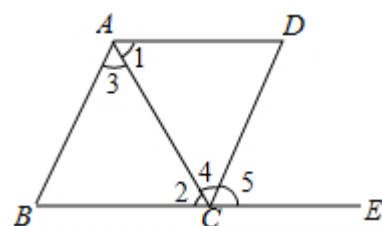
5. （3 分）下列各三角形中，正确画出 AC 边的高的是（ ）



6. （3 分）下列各式不能用平方差公式计算的是（ ）

- A. $(a+2b)(a-2b)$ B. $(a-b)(b-a)$
C. $(a-b)(-a-b)$ D. $(2a+b)(b-2a)$

7. （3 分）如图，不能判定 $AD \parallel BC$ 的条件是（ ）

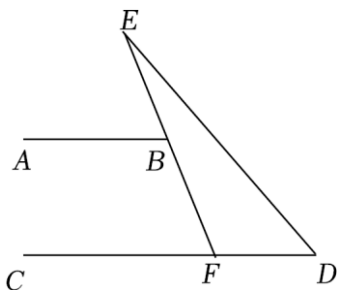


- A. $\angle B + \angle BAD = 180^\circ$ B. $\angle 1 = \angle 2$

C. $\angle D = \angle 5$

D. $\angle 3 = \angle 4$

8. (3分) 如图, 在 $\triangle DEF$ 中, 点 C 在 DF 的延长线上, 点 B 在 EF 上, 且 $AB \parallel CD$, $\angle EBA = 80^\circ$, $\angle D = 45^\circ$, 则 $\angle E$ 的度数为 ()



A. 35°

B. 25°

C. 20°

D. 15°

9. (3分) 已知 $x+y=3$, $xy=1$, 则代数式 x^3y+xy^3 的值为 ()

A. 6

B. 7

C. 8

D. 9

10. (3分) 在求解代数式 $2a^2 - 12a + 22$ 的最值(最大值或最小值)时, 老师给出以下解法:

解: 原式 $= 2(a^2 - 6a) + 22 = 2(a^2 - 6a + 9) - 18 + 22 = 2(a - 3)^2 + 4$, $\therefore$ 无论 a 取何值,

$2(a - 3)^2 \geq 0$, $\therefore$ 代数式 $2(a - 3)^2 + 4 \geq 4$, 即当 $a = 3$ 时, 代数式 $2a^2 - 12a + 22$ 有最小值为4. 仿照上述思路, 则代数式 $-3a^2 + 6a - 8$ 的最值为 ()

A. 最大值 - 5

B. 最小值 - 8

C. 最大值 - 11

D. 最小值 - 5

二、填空题(本大题共8小题, 每小题3分, 共24分)

11. (3分) 因式分解: $a^2 - 2a =$ _____.

12. (3分) 芯片 $14nm$ 正在成为需求的焦点, $14nm = 0.000000014m$, 将 0.000000014 用科学记数法表示为_____.

13. (3分) 若 $10^m = 2$, $10^n = 3$, 则 $10^{m+n} =$ _____.

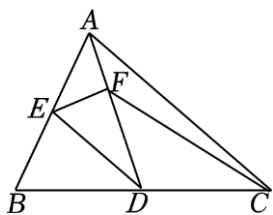
14. (3分) 一个多边形的内角和与外角和的差为 900° , 则它是_____边形.

15. (3分) 下列说法中, 正确的是_____. (请将你认为正确的序号填写在横线上)

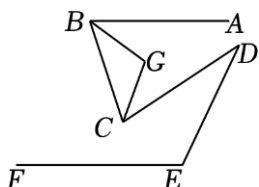
①同位角相等; ②两条平行线被第三条直线截成的同位角的平分线互相平行; ③三角形的角平分线、中线、高都是线段; ④十边形的内角和为 1800° ; ⑤两个非零单项式相乘, 积的次数是这两个单项式次数的和.

16. (3分) 若 $x^2 + (m - 3)x + 16$ 是完全平方式, 则 $m =$ _____.

17. (3分) 如图, D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 中 BC , AB 边的中点, F 是 AD 上一点且 $FD = 2AF$, 若四边形 $DCFE$ 的面积为12, 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.



18. (3 分) 如图, $AB \parallel EF$, $\angle ABC$ 、 $\angle BCD$ 的平分线交于点 G , 则图中 $\angle G$ 、 $\angle D$ 、 $\angle E$ 之间的数量关系是 _____.



三、解答题 (共 66 分)

19. (12 分) 计算 (1) $-mn \cdot (3m^2n - 2mn^2 + 1)$;

(2) $(\frac{1}{3})^{-2} + (\pi - 3)^0 - (-2)^3$;

(3) $(-3a^4)^2 + a^3 \cdot a^5 - 2a^{10} \div a^2$.

20. (12 分) 因式分解 (1) $x^2y - 9y$;

(2) $9x^3 - 6x^2 + x$;

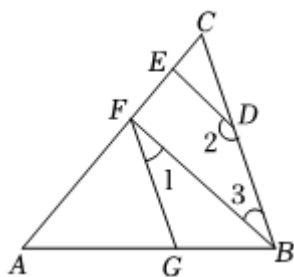
(3) $(m^2 + n^2)^2 - 4m^2n^2$.

21. (6 分) 先化简, 再求值: $(3y - 2)(3y + 2) - 9y(y - 1) + (y - 2)^2$, 其中 $y = -1$.

22. (6 分) 如图, $\angle AGF = \angle ABC$, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

(1) 试判断 BF 与 DE 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $BF \perp AC$, $\angle C = 55^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数.



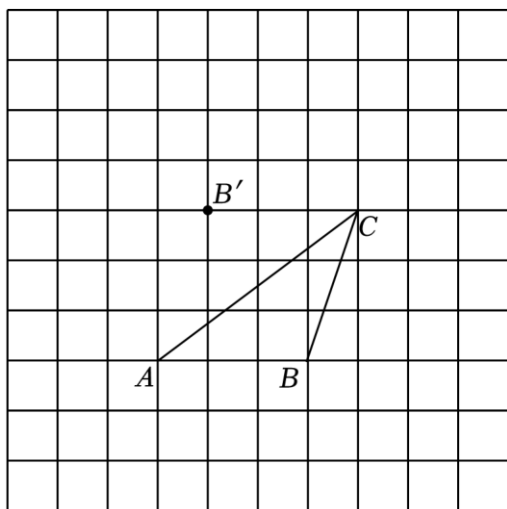
23. (8 分) 如图, 在每个小正方形的边长均为 1 的方格纸中, $\triangle ABC$ 的顶点都在方格纸的格点上.

(1) $\triangle ABC$ 的面积为 _____;

(2) 将 $\triangle ABC$ 平移后得到 $\triangle A'B'C'$, 其中点 B 的对应点为 B' , 请补全 $\triangle A'B'C'$;

(3) 连接 AA' , BB' , 则线段 AA' 、 BB' 之间的关系是 _____;

(4) 点 P 为格点, 且 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle PBC}$ (点 P 与点 A 不重合), 满足这样条件的 P 点有个.

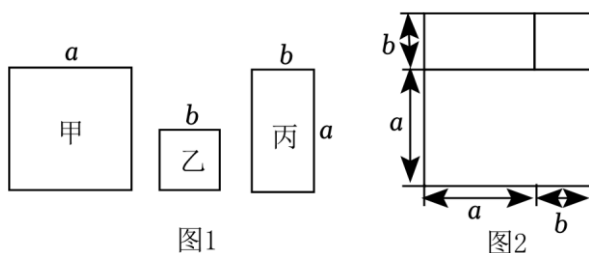


24. (8 分) 为了使學生更好地理解乘法公式, 数学课上老师准备了若干张如图 1 所示的甲、乙、丙三种纸片, 甲种纸片是边长为 a 的正方形, 乙种纸片是边长为 b 的正方形, 丙种纸片是长为 a , 宽为 b 的长方形, 并用甲种纸片 1 张, 乙种纸片 1 张, 丙种纸片 2 张拼成了如图 2 所示的一个大正方形.

(1) 大正方形的面积可表示为 $(a+b)^2$, 还可以表示为: _____, (用含 a 、 b 的代数式表示) 由此可以得到一个等式是 _____;

(2) 取甲种纸片 1 张, 乙种纸片 2 张, 丙种纸片 3 张, 使其拼成一个长方形, 观察该长方形的长和宽, 并将多项式 $a^2+3ab+2b^2$ 进行因式分解: _____;

(3) 请利用上面的图形拼接方法进行因式分解: $2a^2+5ab+2b^2 =$ _____.



25. (8 分) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, 点 E 在直线 AB , CD 之间.

(1) 求证: $\angle AEC = \angle BAE + \angle ECD$;

(2) 若 AH 平分 $\angle BAE$, 将线段 CE 沿 CD 方向平移至 FG . ①如图 2, 若 $\angle AEC = 94^\circ$, FH 平分 $\angle DFG$, 求 $\angle AHF$ 的度数; ②如图 3, 若 FH 平分 $\angle CFG$, 则 $\angle AHF$ 与 $\angle AEC$ 的数量关系是 _____.

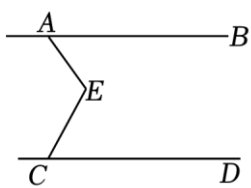


图1

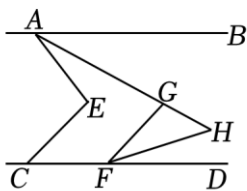


图2

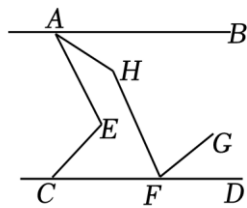


图3

26. (6分) 若一个四位数 M 的个位数字与十位数字的平方和恰好是 M 去掉个位与十位数字后得到的两位数，则这个四位数 M 为“勾股和数”。例如： $M=2543$ ， $\because 3^2+4^2=25$ ， $\therefore 2543$ 是“勾股和数”；又如： $M=4325$ ， $\because 5^2+2^2=29$ ， $29 \neq 43$ ， $\therefore 4325$ 不是“勾股和数”。

(1) 判断：2022 _____ “勾股和数”，5055 _____ “勾股和数”（填“是”或“不是”）；

(2) 一个“勾股和数” M 的千位数字为 a ，百位数字为 b ，十位数字为 c ，个位数字为 d ，记 $G(M) = \frac{c+d}{9}$ ， $P(M) = \frac{|10(a-c)+(b-d)|}{3}$ 。当 $G(M)$ ， $P(M)$ 均是整数时，请直接写出所有满足条件的 M ：_____。

2022-2023 学年江苏省无锡市梁溪区侨谊实验中学七年级（下）

期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. （3 分）以下运动属于平移运动的是（ ）

- A. 彩旗飘飘 B. 荡秋千 C. 电梯升降 D. 折纸

【分析】判断是否是平移现象，要根据平移的概念：在平面内，把一个图形整体沿某一的方向移动，这种图形的平行移动，叫做平移变换，简称平移.

【解答】解：A、不属于平移，故此选项错误；

B、属于旋转，故此选项错误；

C、属于平移，故此选项正确；

D、属于翻折变换，故此选项错误；

故选：C.

【点评】此题主要考查了平移定义，平移是指图形的平行移动，平移时图形中所有点移动的方向一致，并且移动的距离相等.

2. （3 分）下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $a^2 + 2a = 3a^3$
C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(-a^2)^3 = -a^6$

【分析】根据同底数幂的乘法法则对 A 选项进行判断；根据合并同类项对 B 选项进行判断；根据同底数幂的除法法则对 C 选项进行判断；根据积的乘方与幂的乘方 D 选项进行判断.

【解答】解：A. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，所以 A 选项不符合题意；

B. a^2 与 $2a$ 不能合并，所以 B 选项不符合题意；

C. $a^6 \div a^2 = a^4$ ，所以 C 选项不符合题意；

D. $(-a^2)^3 = -a^6$ ，所以 D 选项符合题意.

故选：D.

【点评】本题考查了同底数幂的除法：底数不变，指数相减. 也考查了合并同类项、同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方.

3. （3 分）下面各式从左到右的变形，属于因式分解的是（ ）

$$A. x^2 - x - 1 = x(x - 1) - 1$$

$$B. 6x^3y^4 = 2x^3 \cdot 3y^4$$

$$C. x^2 - x - 6 = (x+2)(x-3)$$

$$D. x(x-1) = x^2 - x$$

【分析】根据因式分解的定义即可求解，因式分解指的是把一个多项式分解为几个整式的积的形式.

【解答】解：A. $x^2 - x - 1 = x(x - 1) - 1$ ，等式的右边不是乘积的形式，不是因式分解，故该选不符合题意；

B. $6x^3y^4 = 2x^3 \cdot 3y^4$ ，等式的左边不是多项式，不是因式分解，故该选不符合题意；

C. $x^2 - x - 6 = (x+2)(x-3)$ ，是因式分解，故该选项正确，符合题意；

D. $x(x-1) = x^2 - x$ ，是整式乘法，不是因式分解，故该选不符合题意.

故选：C.

【点评】本题考查了因式分解的定义，根据平方差公式因式分解，掌握因式分解的定义是解题的关键.

4. (3分) 以下列各组线段为边，能构成三角形的是 ()

$$A. 3cm, 4cm, 5cm$$

$$B. 4cm, 5cm, 9cm$$

$$C. 1cm, 2cm, 3cm$$

$$D. 3cm, 5cm, 10cm$$

【分析】利用三角形的三边关系进行计算即可.

【解答】解：A、 $3+4>5$ ，能组成三角形，符合题意；

B、 $4+5=9$ ，不能组成三角形，不符合题意；

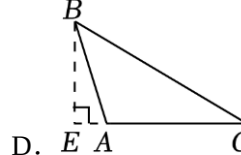
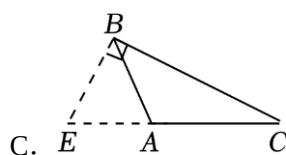
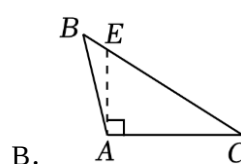
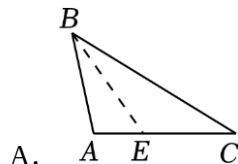
C、 $1+2=3$ ，不能组成三角形，不符合题意；

D、 $3+5<10$ ，不能组成三角形，不符合题意.

故选：A.

【点评】此题主要考查了三角形的三边关系，熟知三角形两边之和大于第三边是解题的关键.

5. (3分) 下列各三角形中，正确画出AC边的高的是 ()



【分析】根据三角形高的定义判断即可得到答案.

【解答】解：∵ $\triangle ABC$ 中 AC 边上的高即为过点 B 作 AC 所在直线的垂线段，该垂线段即为 AC 边上的高，

∴四个选项中只有选项 D 符合题意.

故选： D .

【点评】本题主要考查了三角形高线定义，解题的关键是熟知过三角形一个顶点作对边的垂线得到的线段叫三角形的高.

6. (3分) 下列各式不能用平方差公式计算的是 ()

A. $(a+2b)(a-2b)$

B. $(a-b)(b-a)$

C. $(a-b)(-a-b)$

D. $(2a+b)(b-2a)$

【分析】根据平方差公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ，依次进行判断即可.

【解答】解： $(a+2b)(a-2b)=a^2-4b^2$ ，

故 A 不符合题意；

$$(a-b)(b-a)=- (a-b)^2=-a^2+2ab-b^2,$$

故 B 符合题意；

$$(a-b)(-a-b)=b^2-a^2,$$

故 C 不符合题意；

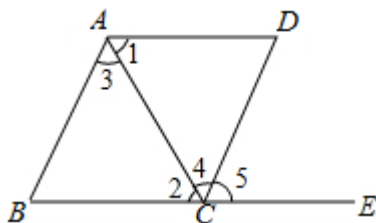
$$(2a+b)(b-2a)=b^2-4a^2,$$

故 D 不符合题意，

故选： B .

【点评】本题考查了平方差公式，完全平方公式，熟练掌握这些公式是解题的关键.

7. (3分) 如图，不能判定 $AD \parallel BC$ 的条件是 ()



A. $\angle B + \angle BAD = 180^\circ$

B. $\angle 1 = \angle 2$

C. $\angle D = \angle 5$

D. $\angle 3 = \angle 4$

【分析】分别利用同旁内角互补两直线平行，内错角相等两直线平行得出答案即可.

【解答】解： A 、∵ $\angle B + \angle BAD = 180^\circ$ ，

$\therefore BC \parallel AD$ ，本选项不合题意；

B、 $\because \angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore BC \parallel AD$ ，本选项不合题意；

C、 $\because \angle D = \angle 5$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ，本选项不符合题意；

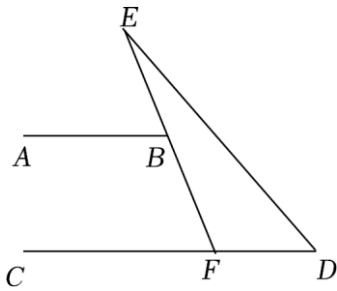
D、 $\because \angle 3 = \angle 4$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ，本选项符合题意.

故选：D.

【点评】此题考查了平行线的判定，平行线的判定方法有：同位角相等两直线平行；内错角相等两直线平行；同旁内角互补两直线平行，熟练掌握平行线的判定是解本题的关键.

8. (3分) 如图，在 $\triangle DEF$ 中，点C在DF的延长线上，点B在EF上，且 $AB \parallel CD$ ， $\angle EBA = 80^\circ$ ， $\angle D = 45^\circ$ ，则 $\angle E$ 的度数为（ ）



A. 35°

B. 25°

C. 20°

D. 15°

【分析】根据平行线的性质可以求得 $\angle EFC$ 的度数，然后即可得到 $\angle EFD$ 的度数，再根据三角形内角和，即可求得 $\angle E$ 的度数.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$ ， $\angle EBA = 80^\circ$ ，

$\therefore \angle EBA = \angle EFC = 80^\circ$ ，

$\therefore \angle EFD = 180^\circ - \angle EFC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ ，

$\because \angle EFD + \angle D + \angle E = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle E = 180^\circ - \angle EFD - \angle D = 180^\circ - 100^\circ - 45^\circ = 35^\circ$ ，

故选：A.

【点评】本题考查平行线的性质、三角形内角和，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

9. (3分) 已知 $x+y=3$ ， $xy=1$ ，则代数式 x^3y+xy^3 的值为（ ）

A. 6

B. 7

C. 8

D. 9

【分析】本题通过因式分解，然后通过完全平方公式的变形来得到已知条件的式子，然后代值计算，得出结果.

【解答】解： $x^3y+xy^3=xy(x^2+y^2)$
 $=xy(x^2+y^2+2xy-2xy)$
 $=xy[(x+y)^2-2xy]$
 $=1\times(3^2-2\times1)$
 $=7,$
 故选 B.

【点评】本题考查同学们关于因式分解的运用，并且考查完全平方公式的变形.

10. (3 分) 在求解代数式 $2a^2-12a+22$ 的最值(最大值或最小值)时，老师给出以下解法:

解：原式 $=2(a^2-6a)+22=2(a^2-6a+9)-18+22=2(a-3)^2+4$ ， $\therefore$ 无论 a 取何值， $2(a-3)^2\geq 0$ ， $\therefore$ 代数式 $2(a-3)^2+4\geq 4$ ，即当 $a=3$ 时，代数式 $2a^2-12a+22$ 有最小值为 4. 仿照上述思路，则代数式 $-3a^2+6a-8$ 的最值为 ()

A. 最大值 - 5

B. 最小值 - 8

C. 最大值 - 11

D. 最小值 - 5

【分析】根据题意把代数式 $-3a^2+6a-8$ 配成 $-3(a-1)^2-5$ 的形式，再利用偶次方的非负性即可得出最值.

【解答】解：由题意可得：原式 $=-3(a^2-2a)-8$
 $=-3(a^2-2a+1)+3-8$
 $=-3(a-1)^2-5,$
 $\therefore$ 无论 a 取何值， $3(a-1)^2\geq 0$ ，即 $-3(a-1)^2\leq 0$ ，
 $\therefore$ 代数式 $-3(a-1)^2-5\leq -5$ ，即当 $a=1$ 时，代数式 $-3a^2+6a-8$ 有最大值 - 5，
 故选：A.

【点评】本题主要是考查了配方法的应用以及偶次方的非负性，解题关键是把代数式配成 $-3(a-1)^2-5$ 的形式.

二、填空题(本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

11. (3 分) 因式分解： $a^2-2a=\underline{a(a-2)}$.

【分析】先确定公因式是 a ，然后提取公因式即可.

【解答】解： $a^2-2a=a(a-2)$.

故答案为： $a(a-2)$.

【点评】本题考查因式分解，较为简单，找准公因式即可.

12. (3分) 芯片 $14nm$ 正在成为需求的焦点, $14nm=0.000000014m$, 将 0.000000014 用科学记数法表示为 1.4×10^{-8} .

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同.

【解答】解: $0.000000014=1.4 \times 10^{-8}$.

故答案为: 1.4×10^{-8} .

【点评】本题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 正确确定 a 的值以及 n 的值是解决问题的关键.

13. (3分) 若 $10^m=2$, $10^n=3$, 则 $10^{m+n}=\underline{6}$.

【分析】利用同底数幂的乘法的法则进行运算即可.

【解答】解: 当 $10^m=2$, $10^n=3$ 时,

$$\begin{aligned} &10^{m+n} \\ &=10^m \times 10^n \\ &=2 \times 3 \\ &=6. \end{aligned}$$

故答案为: 6.

【点评】本题主要考查同底数幂的乘法, 解答的关键是对相应的运算法则的掌握.

14. (3分) 一个多边形的内角和与外角和的差为 900° , 则它是 9 边形.

【分析】需先根据已知条件, 再根据多边形的外角和是 360° , 解出内角和的度数, 再根据内角和度数的计算公式即可求出边数.

【解答】解: 设这是一个 n 边形, 则

$$180(n-2) - 360 = 900,$$

解得 $n=9$.

答: 它的边数是 9.

故答案为: 9.

【点评】本题主要考查了多边形内角与外角, 在解题时要根据外角和的度数以及内角和度数的计算公式解出本题即可.

15. (3分) 下列说法中, 正确的是 ②③⑤. (请将你认为正确的序号填写在横线上)

①同位角相等；②两条平行线被第三条直线截成的同位角的平分线互相平行；③三角形的角平分线、中线、高都是线段；④十边形的内角和为 1800° ；⑤两个非零单项式相乘，积的次数是这两个单项式次数的和。

【分析】根据多边形的内角和公式，单项式乘单项式的定义以及平行线的性质分别对每一项进行分析，即可得出答案。

【解答】解：①两直线平行，同位角相等，故本选项错误；

②两条平行线被第三条直线截成的同位角的平分线互相平行，正确；

③三角形的角平分线、中线、高都是线段，正确；

④十边形的内角和为 $(10 - 2) \times 180 = 1440^\circ$ ，故本选项错误；

⑤两个非零单项式相乘，积的次数是这两个单项式次数的和，正确。

故答案为：②③⑤。

【点评】此题考查了多边形的内角与外角，单项式乘单项式，平行线的性质以及三角形角平分线、中线、高，熟记相关的知识点是解题的关键。

16. (3分) 若 $x^2 + (m - 3)x + 16$ 是完全平方式，则 $m = \underline{11 \text{ 或 } -5}$ 。

【分析】利用完全平方公式的结构特征判断即可确定出 m 的值。

【解答】解： $\because x^2 + (m - 3)x + 16$ 是完全平方式，

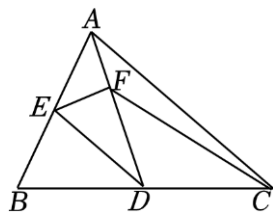
$$\therefore m - 3 = \pm 8,$$

解得： $m = 11$ 或 $m = -5$ ，

故答案为：11 或 -5

【点评】此题考查了完全平方式，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键。

17. (3分) 如图， D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 中 BC ， AB 边的中点， F 是 AD 上一点且 $FD = 2AF$ ，若四边形 $DCFE$ 的面积为 12，则 $\triangle ABC$ 的面积是 24。



【分析】根据三角形的面积间的关系计算即可。

【解答】解：设 $S_{\triangle AFC} = a$ ，

$$\because FD = 2AF,$$

$$\therefore S_{\triangle DFC} = 2a,$$

$$\therefore S_{\triangle ADC}=3a,$$

$\because D$ 是 BC 的中点,

$$\therefore S_{\triangle ABD}=3a,$$

$\because E$ 是 AB 的中点,

$$\therefore S_{\triangle AED}=\frac{3}{2}a,$$

$$\because FD=2AF,$$

$$\therefore S_{\triangle DEF}=\frac{3}{2}a \times \frac{2}{3}=a,$$

由题意得: $2a+a=12$,

解得: $a=4$,

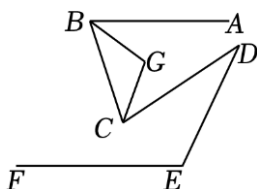
$$\therefore S_{ABC}=6a=24,$$

故答案为: 24.

【点评】 本题考查的是三角形的面积计算, 掌握三角形的中线把三角形分为面积相对的两部分是解题的关键.

18. (3 分) 如图, $AB \parallel EF$, $\angle ABC$ 、 $\angle BCD$ 的平分线交于点 G , 则图中 $\angle G$ 、 $\angle D$ 、 $\angle E$

之间的数量关系是 $\angle G = 180^\circ - \frac{1}{2}\angle D - \frac{1}{2}\angle E$.



【分析】 先作辅助线 $CH \parallel AB$, 然后根据平行线的性质、角平分线的定义、三角形内角和, 即可得到 $\angle G$ 、 $\angle D$ 、 $\angle E$ 之间的数量关系.

【解答】 解: 过点 C 作 $CH \parallel AB$, 则 $CH \parallel EF$,

$$\therefore \angle ABC + \angle BCH = 180^\circ, \quad \angle DHC = \angle E,$$

$$\because \angle DCH + \angle D + \angle DHC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DCH = 180^\circ - \angle D - \angle DHC = 180^\circ - \angle D - \angle E,$$

$\because BG$ 平分 $\angle ABC$, CG 平分 $\angle BCD$,

$$\therefore \angle ABC = 2\angle GBC, \quad \angle BCD = 2\angle BCG,$$

$$\because \angle GBC + \angle G + \angle GCB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle G = 180^\circ - \angle GBC - \angle GCB,$$

$$\because \angle ABC + \angle BCH = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle GBC + 2\angle BCG + \angle DCH = 180^\circ,$$

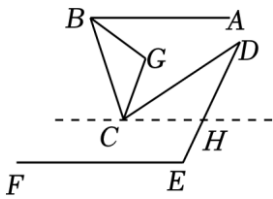
$$\therefore 2\angle GBC + 2\angle BCG = 180^\circ - \angle DCH = \angle D + \angle E,$$

$$\therefore \angle GBC + \angle BCG = \frac{1}{2}\angle D + \frac{1}{2}\angle E,$$

$$\therefore \angle G = 180^\circ - \angle GBC - \angle GCB = 180^\circ - (\angle GBC + \angle BCG) = 180^\circ - \left(\frac{1}{2}\angle D + \frac{1}{2}\angle E\right)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}\angle D - \frac{1}{2}\angle E,$$

$$\text{故答案为: } \angle G = 180^\circ - \frac{1}{2}\angle D - \frac{1}{2}\angle E.$$



【点评】 本题考查平行线的性质、角平分线的定义、三角形内角和，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答。

三、解答题（共 66 分）

19. (12 分) 计算 (1) $-mn \cdot (3m^2n - 2mn^2 + 1)$;

$$(2) \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (\pi - 3)^0 - (-2)^3;$$

$$(3) (-3a^4)^2 + a^3 \cdot a^5 - 2a^{10} \div a^2.$$

【分析】 (1) 根据单项式乘多项式法则即可求出答案.

(2) 根据负整数指数幂的意义、零指数幂的意义以及乘方运算法则即可求出答案.

(3) 根据积的乘方运算、同底数幂的乘除运算法则即可求出答案.

【解答】 解: (1) 原式 $= -mn \cdot 3m^2n + mn \cdot 2mn^2 - mn$

$$= -3m^3n^2 + 2m^2n^3 - mn$$

$$(2) \text{原式} = 9 + 1 - (-8)$$

$$= 10 + 8$$

$$= 18.$$

$$(3) \text{原式} = 9a^8 + a^8 - 2a^8$$

$$= 10a^8 - 2a^8$$

$$= 8a^8.$$

【点评】 本题考查整式的混合运算以及实数的混合运算，解题的关键是熟练运用单项式

乘多项式法则、负整数指数幂的意义、零指数幂的意义、乘方运算法则、积的乘方运算、同底数幂的乘除运算法则，本题属于基础题型.

20. (12分) 因式分解 (1) $x^2y - 9y$;

(2) $9x^3 - 6x^2 + x$;

(3) $(m^2 + n^2)^2 - 4m^2n^2$.

【分析】(1) 先提取公因式，再用公式法进行因式分解即可；

(2) 先提取公因式，再用公式法进行因式分解即可；

(3) 先用平方差公式，再用完全平方公式因式分解即可.

【解答】解：(1) $x^2y - 9y$

$$= y(x^2 - 9)$$

$$= y(x - 3)(x + 3);$$

(2) $9x^3 - 6x^2 + x$

$$= x(9x^2 - 6x + 1)$$

$$= x(3x - 1)^2;$$

(3) $(m^2 + n^2)^2 - 4m^2n^2$

$$= (m^2 + n^2 + 2mn)(m^2 + n^2 - 2mn)$$

$$= (m + n)^2(m - n)^2.$$

【点评】本题考查了提公因式与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解题的关键.

21. (6分) 先化简，再求值： $(3y - 2)(3y + 2) - 9y(y - 1) + (y - 2)^2$ ，其中 $y = -1$.

【分析】原式利用平方差公式，单项式乘多项式法则，以及完全平方公式化简，合并得到最简结果，把 y 的值代入计算即可求出值.

【解答】解：原式 $= 9y^2 - 4 - 9y^2 + 9y + y^2 - 4y + 4$

$$= y^2 + 5y,$$

当 $y = -1$ 时，

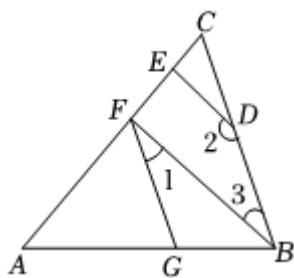
$$\text{原式} = 1 - 5 = -4.$$

【点评】此题考查了整式的混合运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

22. (6分) 如图， $\angle AGF = \angle ABC$ ， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

(1) 试判断 BF 与 DE 的位置关系，并说明理由；

(2) 若 $BF \perp AC$ ， $\angle C = 55^\circ$ ，求 $\angle 2$ 的度数.



【分析】(1) 由于 $\angle AGF = \angle ABC$ ，可判断 $GF \parallel BC$ ，则 $\angle 1 = \angle 3$ ，由 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 得出 $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$ ，可判断出 $BF \parallel DE$ ；

(2) 根据平行线的性质得出 $\angle AFG = \angle C = 55^\circ$ ，根据直角三角形的性质推出 $\angle 3 = 35^\circ$ ，据此求解即可。

【解答】解：(1) $BF \parallel DE$ ；

理由如下： $\because \angle AGF = \angle ABC$ ，

$$\therefore GF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore BF \parallel DE;$$

$$(2) \because GF \parallel BC, \angle C = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle C = 55^\circ,$$

$$\because BF \perp AC,$$

$$\therefore \angle BFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 35^\circ,$$

$$\because \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 145^\circ.$$

【点评】本题考查了平行线的判定和性质，掌握平行线的判定和性质是解题的关键。

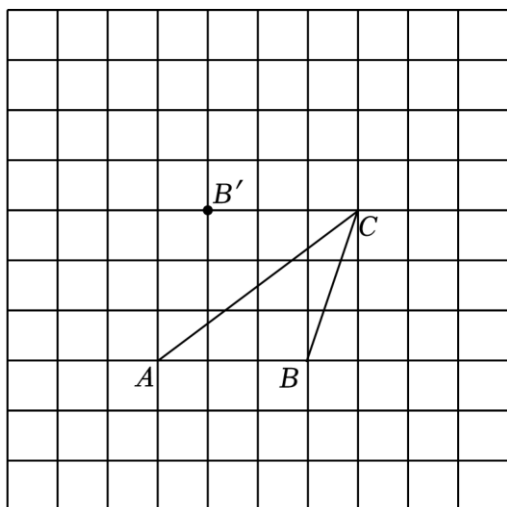
23. (8分) 如图，在每个小正方形的边长均为 1 的方格纸中， $\triangle ABC$ 的顶点都在方格纸的格点上。

(1) $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{9}{2}$ ；

(2) 将 $\triangle ABC$ 平移后得到 $\triangle A'B'C'$ ，其中点 B 的对应点为 B' ，请补全 $\triangle A'B'C'$ ；

(3) 连接 AA' 、 BB' ，则线段 AA' 、 BB' 之间的关系是 平行且相等；

(4) 点 P 为格点, 且 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle PBC}$ (点 P 与点 A 不重合), 满足这样条件的 P 点有 6 个.



【分析】(1) 利用三角形的面积公式计算即可.

(2) 根据平移的性质作图即可.

(3) 根据平移的性质可得答案.

(4) 取格点 P_1, P_2 , 连接 P_1P_2 并延长, 交格点于 P_6 , 使 $CP_1 = BP_2 = AB$, 且 $P_1P_2 \parallel BC$, 过点 A 作 BC 的平行线, 分别交格点于 P_3, P_4, P_5 , 则 $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ 为满足题意得点 P .

【解答】解: (1) $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$.

故答案为: $\frac{9}{2}$.

(2) 如图, $\triangle A'B'C$ 即为所求.

(3) 由平移可知, $AA' = BB'$, $AA' \parallel BB'$,

$\therefore$ 线段 AA' 、 BB' 之间的关系是平行且相等.

故答案为: 平行且相等.

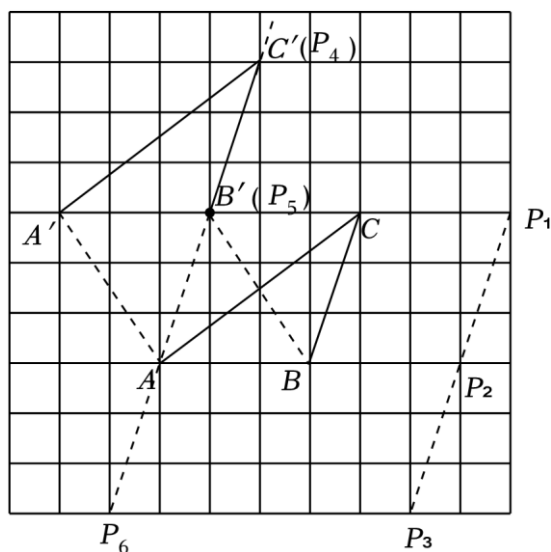
(4) 如图, 取格点 P_1, P_2 , 连接 P_1P_2 并延长, 交格点于 P_3 , 使 $CP_1 = BP_2 = AB$, 且 $P_1P_2 \parallel BC$,

过点 A 作 BC 的平行线, 分别交格点于 P_4, P_5, P_6 ,

则 $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ 为满足题意得点 P ,

$\therefore$ 满足这样条件的 P 点有 6 个.

故答案为: 6.



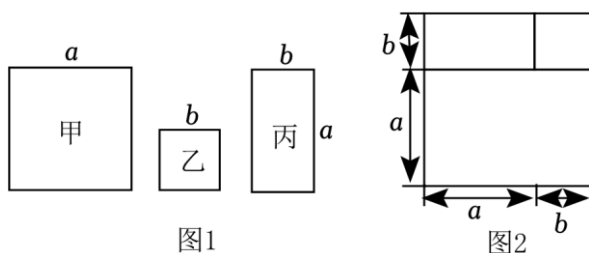
【点评】 本题考查作图 - 平移变换、三角形的面积，熟练掌握平移的性质是解答本题的关键.

24. (8 分) 为了使学生更好地理解乘法公式，数学课上老师准备了若干张如图 1 所示的甲、乙、丙三种纸片，甲种纸片是边长为 a 的正方形，乙种纸片是边长为 b 的正方形，丙种纸片是长为 a ，宽为 b 的长方形，并用甲种纸片 1 张，乙种纸片 1 张，丙种纸片 2 张拼成了如图 2 所示的一个大正方形.

(1) 大正方形的面积可表示为 $(a+b)^2$ ，还可以表示为: $a^2+2ab+b^2$ ，(用含 a 、 b 的代数式表示) 由此可以得到一个等式是 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$;

(2) 取甲种纸片 1 张，乙种纸片 2 张，丙种纸片 3 张，使其拼成一个长方形，观察该长方形的长和宽，并将多项式 $a^2+3ab+2b^2$ 进行因式分解: $(a+b)(a+2b)$;

(3) 请利用上面的图形拼接方法进行因式分解: $2a^2+5ab+2b^2 = \underline{(2a+b)(a+2b)}$.

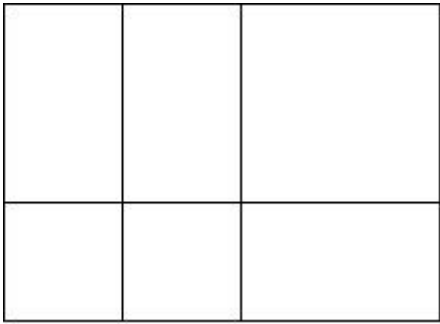


【分析】 本题是通过数形结合的方式来印证因式分解，通过正方形和长方形的拼接，来得到新的长方形，从而得到两个不同的面积表达式，来得到因式分解.

【解答】 解: (1) 由已知条件可知，大正方形的面积还可以表示为两个正方形的面积+两个小长方形的面积的和: $a^2+2ab+b^2$,

$$\therefore (a+b)^2=a^2+2ab+b^2,$$

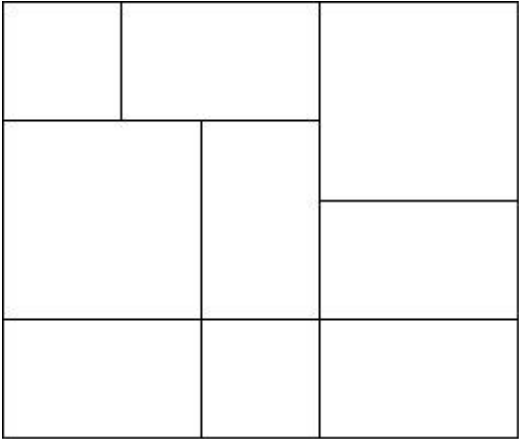
故应填： $a^2+2ab+b^2$ ， $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ，



(2) 由已知条件可知，拼成的长方形如图所示，
该长方形的面积为： $(a+b)(a+2b)$ ，所有小长方形和正方形的面积和为： $a^2+3ab+2b^2$ ，
 $\therefore a^2+3ab+2b^2 = (a+b)(a+2b)$ ，

故应填： $(a+b)(a+2b)$ ，

(3) 由条件 $2a^2+5ab+2b^2$ 可知，该长方形是由 2 个甲，2 个乙 5 个丙图形组成的，如图，



由图可知，大长方形的面积为： $(2a+b)(a+2b)$ ，

$$\therefore 2a^2+5ab+2b^2 = (2a+b)(a+2b)，$$

故应填： $(2a+b)(a+2b)$ ，

【点评】 本题主要考查通过图形拼接来解答因式分解，通过图形的面积来构造出对应的因式分解的解法。

25. (8 分) 如图，已知 $AB \parallel CD$ ，点 E 在直线 AB ， CD 之间。

(1) 求证： $\angle AEC = \angle BAE + \angle ECD$ ；

(2) 若 AH 平分 $\angle BAE$ ，将线段 CE 沿 CD 方向平移至 FG 。①如图 2，若 $\angle AEC = 94^\circ$ ， FH 平分 $\angle DFG$ ，求 $\angle AHF$ 的度数；②如图 3，若 FH 平分 $\angle CFG$ ，则 $\angle AHF$ 与 $\angle AEC$ 的数量关系是 $\angle AHF = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle AEC$ 。

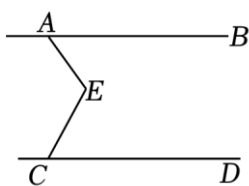


图1

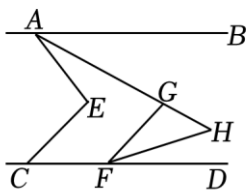


图2

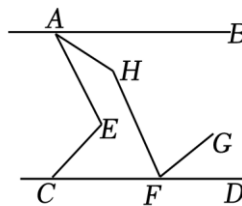


图3

【分析】(1) 过 E 作 $EF \parallel AB$, 可得 $\angle A = \angle AEF$, 利用平行于同一条直线的两直线平行得到 EF 与 CD 平行, 再得到一对内错角相等, 进而得出答案;

(2) ① HF 平分 $\angle DFG$, 设 $\angle GFH = \angle DFH = x$, 根据平行线的性质可以得到 $\angle AHF$ 的度数;

② 设 $\angle GFD = 2x$, $\angle BAH = \angle EAH = y$, 根据角平分线的性质以及平行线的性质即可得到 $\angle AHF$ 与 $\angle AEC$ 的数量关系.

【解答】(1) 证明: 如图 1, 过点 E 作直线 $EN \parallel AB$,

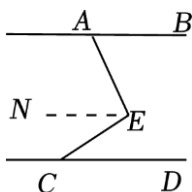


图1

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore EN \parallel CD$,

$\therefore \angle BAE = \angle AEN$, $\angle DCE = \angle CEN$,

$\therefore \angle AEC = \angle AEN + \angle CEN = \angle BAE + \angle ECD$;

(2) $\because AH$ 平分 $\angle BAE$,

$\therefore \angle BAH = \angle EAH$,

① $\because HF$ 平分 $\angle DFG$, 设 $\angle GFH = \angle DFH = x$,

又 $CE \parallel FG$,

$\therefore \angle ECD = \angle GFD = 2x$,

又 $\angle AEC = \angle BAE + \angle ECD$, $\angle AEC = 94^\circ$,

$\therefore \angle BAH = \angle EAH = 47^\circ - x$,

如图 2, 过点 H 作 $l \parallel AB$,

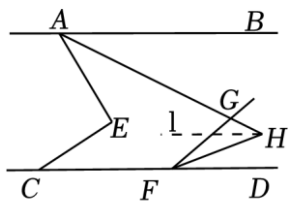


图2

$$\therefore \angle AHF = \angle BAH + \angle DFH = 47^\circ - x + x = 47^\circ ;$$

$$\textcircled{2} \text{ 设 } \angle GFD = 2x, \angle BAH = \angle EAH = y,$$

$\because HF$ 平分 $\angle CFG$,

$$\therefore \angle GFH = \angle CFH = 90^\circ - x,$$

$$\text{由 (1) 知 } \angle AEC = \angle BAE + \angle ECD = 2x + 2y,$$

如图 3, 过点 H 作 $l \parallel AB$,

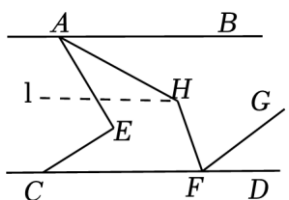


图3

$$\text{易证 } \angle AHF - y + \angle CFH = 180^\circ ,$$

$$\text{即 } \angle AHF - y + 90^\circ - x = 180^\circ , \angle AHF = 90^\circ + (x + y),$$

$$\therefore \angle AHF = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle AEC.$$

$$\text{故答案为: } \angle AHF = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle AEC.$$

【点评】 此题考查了作图 - 平移变换, 平行线的性质, 熟练掌握平行线的性质作出辅助线是解本题的关键.

26. (6 分) 若一个四位数 M 的个位数字与十位数字的平方和恰好是 M 去掉个位与十位数字后得到的两位数, 则这个四位数 M 为“勾股和数”. 例如: $M=2543$, $\because 3^2+4^2=25$, $\therefore 2543$ 是“勾股和数”; 又如: $M=4325$, $\because 5^2+2^2=29$, $29 \neq 43$, $\therefore 4325$ 不是“勾股和数”.

(1) 判断: 2022 不是 “勾股和数”, 5055 是 “勾股和数”(填“是”或“不是”);

(2) 一个“勾股和数” M 的千位数字为 a , 百位数字为 b , 十位数字为 c , 个位数字为 d ,

$$\text{记 } G(M) = \frac{c+d}{9}, P(M) = \frac{|10(a-c)+(b-d)|}{3}. \text{ 当 } G(M), P(M) \text{ 均是整数时, 请直接}$$

写出所有满足条件的 M : 8109 或 8190; 4536 或 4563.

【分析】 (1) 由“勾股和数”的定义可直接判断;

(2) 由题意可知, $10a+b=c^2+d^2$, 且 $0 < c^2+d^2 < 100$, 由 $G(M)$ 为整数, 可知 $c+d=9$,

再由 $P(M)$ 为整数, 可得 $c^2+d^2=81-2cd$ 为 3 的倍数, 由此可得出 M 的值.

【解答】解: (1) $\because 2^2+2^2=8, 8 \neq 20,$

$\therefore 2022$ 不是“勾股和数”,

$\because 5^2+5^2=50,$

$\therefore 5055$ 是“勾股和数”;

(2) $\because M$ 为“勾股和数”,

$\therefore 10a+b=c^2+d^2,$

$\therefore 0 < c^2+d^2 < 100,$

$\because G(M)$ 为整数, $\frac{c+d}{9}$ 为整数,

$\therefore c+d=9,$

$\therefore P(M) = \frac{|10(a-c)+(b-d)|}{3} = \frac{|c^2+d^2-9-9c|}{3}$ 为整数,

$\therefore c^2+d^2=81-2cd$ 为 3 的倍数,

$\therefore cd$ 为 3 的倍数.

$\therefore$ ① $c=0, d=9$ 或 $c=9, d=0$, 此时 $M=8109$ 或 8190 ;

② $c=3, d=6$ 或 $c=6, d=3$, 此时 $M=4536$ 或 4563 .

故 M 的值为: 8109 或 8190 ; 4536 或 4563 .

【点评】本题以新定义为背景考查了因式分解的应用, 考查了学生应用知识的能力, 解题关键是要理解新定义, 表示出“勾股和数”, 能根据条件找出合适的“勾股和数”.