

2022-2023 学年江苏省无锡市锡山区东亭中学七年级（下）期中

数学试卷

一、选择题。（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) 无锡的浪漫樱花季如约而至，鼋头渚的染井吉野在枝头盈盈而立，游人登阁凭栏，樱谷美景，靡不历历在目。图①是赏樱楼图标，下列哪个图形由图①平移得到（ ）



①



2. (3 分) 以下列各组线段为边，能组成三角形的是（ ）

A. 2cm 、 2cm 、 4cm

B. 1cm 、 2cm 、 3cm

C. 5cm 、 4cm 、 3cm

D. 10cm 、 5cm 、 4cm

3. (3 分) 下列运算正确的是（ ）

A. $a^2+a=a^3$

B. $(a^2)^3=a^5$

C. $a^8 \div a^2=a^4$

D. $a^2 \cdot a^3=a^5$

4. (3 分) 下列多边形中，内角和与外角和相等的是（ ）

A. 四边形

B. 五边形

C. 六边形

D. 八边形

5. (3 分) 已知 $2^x=6$ ，则 2^{x+3} 的值是（ ）

A. 8

B. 15

C. 48

D. 125

6. (3 分) 若 $(x+2)(x-n)=x^2+mx+2$ ，则 $m-n$ 的值是（ ）

A. 6

B. 4

C. 2

D. -6

7. (3 分) 已知 $x-y=3$ ， $xy=1$ ，则 x^2+y^2 的值为（ ）

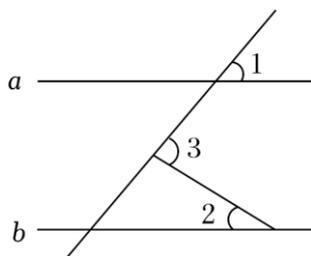
A. 5

B. 7

C. 11

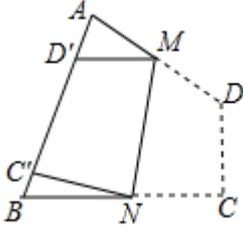
D. 13

8. (3 分) 如图， $a \parallel b$ ， $\angle 3=70^\circ$ ， $\angle 1 - \angle 2=10^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的度数是（ ）



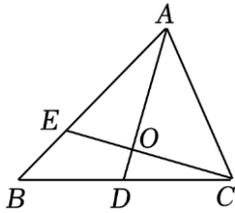
- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

9. (3分) 如图, 四边形纸片 $ABCD$ 中, $\angle A=65^\circ$, $\angle B=85^\circ$, 将纸片折叠, 使 C, D 落在 AB 边上的 C', D' 处, 折痕为 MN , 则 $\angle AMD' + \angle BNC' =$ ()



- A. 60° B. 70° C. 80° D. 85°

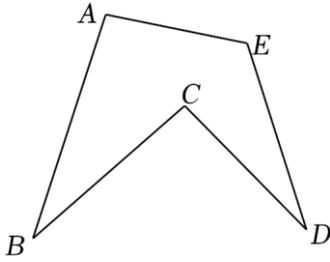
10. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BD=CD$, $AE=2BE$, 连接 AD, CE 相交于点 O , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 24, 则 $\triangle AOE$ 与 $\triangle COD$ 的面积之差为 ()



- A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

二、填空题。(每空 3 分, 共 24 分.)

11. (3分) “碧玉妆成一树高, 万条垂下绿丝绦”。每到春天, 人们流连于柳绿桃红之间的同时也被漫天飞舞的柳絮所烦扰。据测定, 柳絮纤维的直径约为 $0.0000105m$, 该数值用科学记数法表示为 _____。
12. (3分) 正十边形一个内角度数为_____。
13. (3分) 若 b 为常数, 要使 $4x^2 - 2bx + 1$ 成为完全平方式, 那么 b 的值是 _____。
14. (3分) 计算: $(\frac{5}{3})^{2023} \times (0.6)^{2022} =$ _____。
15. (3分) 分解因式: $2x^2 - 8x =$ _____。
16. (3分) 等腰三角形的一条边长为 6, 另一边长为 13, 则它的周长为 _____。
17. (3分) 如图, 点 A, B, C, D, E 在同一平面内, 连接 AB, BC, CD, DE, EA , 若 $\angle BCD=80^\circ$, 则 $\angle A + \angle B + \angle D + \angle E =$ _____。



18. (3分) 观察下列各等式:

$$x - 2 = x - 2;$$

$$(x - 2)(x + 2) = x^2 - 2^2;$$

$$(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = x^3 - 2^3;$$

$$(x - 2)(x^3 + 2x^2 + 4x + 8) = x^4 - 2^4;$$

...

请你猜想: 若 $A \cdot (x - y) = x^5 - y^5$, 则 $A =$ _____.

三、解答题。(共8小题, 满分76分)

19. (16分) 计算

$$(1) (\pi - 314)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - (-2)^{-2}.$$

$$(2) (-2a^2)^3 + 2a^2 \cdot a^4 - a^8 \div a^2.$$

$$(3) x(x+7) - (x-3)(x+2).$$

$$(4) (a - b + 2)(a + b - 2).$$

20. (16分) 把下列各式分解因式.

$$(1) x^3y - xy^3.$$

$$(2) x(y - z) - y(z - y).$$

$$(3) (x^2 + 4)^2 - 16x^2.$$

$$(4) (x - y)^2 + 4xy.$$

21. (6分) 先化简, 再求值: $(x - 2y)^2 - (x - y)(x + y) - 5y^2$, 其中 $x = \frac{1}{4}$, $y = -3$.

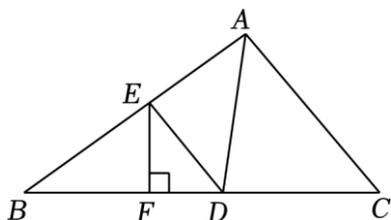
22. (6分) 如图, 在每个小正方形边长为1的方格纸内将 $\triangle ABC$ 经过一次平移后得到 $\triangle A'B'C'$,

图中标出了点 B 的对应点 B' . 根据下列条件, 利用格点和直尺画图:

(1) 补全 $\triangle A'B'C'$;

(2) 请在 AC 边上找一点 D , 使得线段 BD 平分 $\triangle ABC$ 的面积, 在图上作出线段 BD ;

(3) 利用格点在图中画出 AC 边上的高线 BE .



25. (8分) 在苏教版七下第九章的学习中, 对同一个图形的面积可以从不同的角度思考, 用不同的式子表示.

(1) 用不同的方法计算图 1 的面积得到等式: _____;

(2) 图 2 是由两个边长分别为 a 、 b 、 c 的直角三角形和一个两条直角边都是 c 的直角三角形拼成, 从整体看它又是一个直角梯形, 用不同的方法计算这个图形的面积, 能得到等式: _____; (结果为最简)

(3) 根据上面两个结论, 解决下面问题:

①在直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 三边长分别为 a 、 b 、 c , 已知 $ab=12$, $c=5$, 求 $a+b$ 的值.

②如图 3, 四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 互相垂直, 垂足为 O , $AC=BD=2$, 在直角 $\triangle BOC$ 中, $OB=x$, $OC=y$, 若 $\triangle BOC$ 的周长为 2, 则 $\triangle AOD$ 的面积=_____.

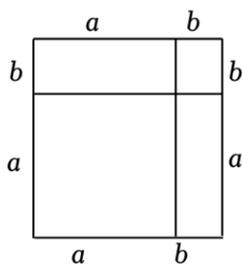


图1

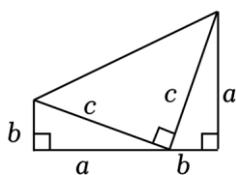


图2

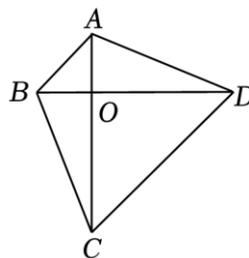


图3

26. (10分) 在我们苏科版义务教育教科书数学七下第 42 页曾经研究过双内角平分线的夹角和内外角平分线夹角问题. 聪聪在研究完上面的问题后, 对这类问题进行了深入的研究, 他的研究过程如下:

(1) 【问题再现】

如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分线交于点 P , 若 $\angle A=50^\circ$. 则 $\angle P$ = _____;

(2) 【问题推广】

如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC$ 的角平分线与 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle CBM$ 的角平分线交于点 P ,

过点 B 作 $BH \perp AP$ 于点 H ，若 $\angle ACB = 76^\circ$ ，求 $\angle PBH$ 的度数。

(3) 如图 3，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分线交于点 P ，将 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠使得点 A 与点 P 重合，若 $\angle 1 + \angle 2 = 80^\circ$ ，则 $\angle BPC =$ _____；

(4) 【拓展提升】

在四边形 $BCDE$ 中， $EB \parallel CD$ ，点 F 在直线 ED 上运动（点 F 不与 E, D 两点重合），连接 BF, CF ， $\angle EBF$ 、 $\angle DCF$ 的角平分线交于点 Q ，若 $\angle EBF = \alpha$ ， $\angle DCF = \beta$ ，直接写出 $\angle Q$ 和 α, β 之间的数量关系。

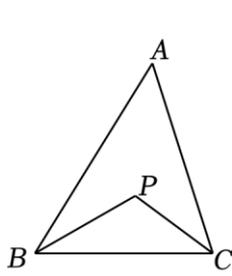


图1

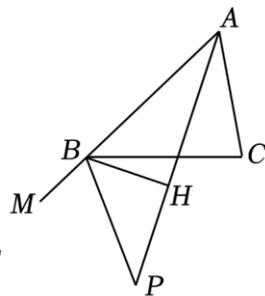


图2

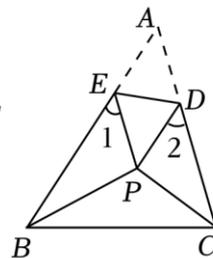


图3

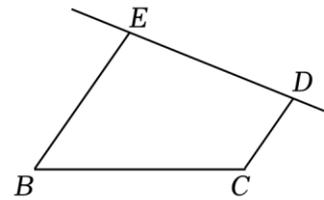


图4

故选：C.

【点评】此题考查了三角形的三边关系，判断能否组成三角形的简便方法是看较小的两个数的和是否大于第三个数.

3. (3分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^2+a=a^3$ B. $(a^2)^3=a^5$ C. $a^8\div a^2=a^4$ D. $a^2\cdot a^3=a^5$

【分析】直接利用合并同类项法则以及幂的乘方运算法则、同底数幂的乘法、除法运算法则计算得出答案.

【解答】解：A. a^2+a ，不是同类项，无法合并，故此选项不合题意；

B. $(a^2)^3=a^6$ ，故此选项不合题意；

C. $a^8\div a^2=a^6$ ，故此选项不合题意；

D. $a^2\cdot a^3=a^5$ ，故此选项符合题意.

故选：D.

【点评】此题主要考查了合并同类项以及幂的乘方运算、同底数幂的乘法、除法运算法则等知识，正确掌握相关运算法则是解题关键.

4. (3分) 下列多边形中，内角和与外角和相等的是 ()

A. 四边形 B. 五边形 C. 六边形 D. 八边形

【分析】设多边形的边数是 n ，根据多边形的内角和与外角和定理即可求解.

【解答】解：设多边形的边数是 n ，则 $(n-2)\cdot 180=360$ ，

解得 $n=4$.

故选：A.

【点评】本题考查了多边形的内角的计算公式和与外角和定理，理解公式是关键.

5. (3分) 已知 $2^x=6$ ，则 2^{x+3} 的值是 ()

A. 8 B. 15 C. 48 D. 125

【分析】利用同底数幂的乘法的法则进行运算即可.

【解答】解：当 $2^x=6$ 时，

$$\begin{aligned} & 2^{x+3} \\ &= 2^x \times 2^3 \\ &= 6 \times 8 \\ &= 48. \end{aligned}$$

故选：C.

【点评】 本题主要考查同底数幂的乘法，解答的关键是对相应的运算法则的掌握.

6. (3分) 若 $(x+2)(x-n) = x^2 + mx + 2$ ，则 $m - n$ 的值是 ()

- A. 6 B. 4 C. 2 D. -6

【分析】 将所给等式的左边展开，然后与等式右边比较，可得含有 m 和 n 的等式，求出 m 、 n 的值即可得答案.

【解答】 解：∵ $(x+2)(x-n) = x^2 + mx + 2$ ，

$$\therefore x^2 + (2-n)x - 2n = x^2 + mx + 2,$$

$$\therefore 2-n = m, \quad -2n = 2$$

$$\therefore m = 3, \quad n = -1,$$

$$\therefore m - n = 3 + 1 = 4.$$

故选：B.

【点评】 本题考查了多项式乘以多项式，明确多项式乘以多项式的运算法则是解题的关键.

7. (3分) 已知 $x - y = 3$ ， $xy = 1$ ，则 $x^2 + y^2$ 的值为 ()

- A. 5 B. 7 C. 11 D. 13

【分析】 运用完全平方公式进行变式、求解.

【解答】 解：∵ $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ ，

$$\therefore x^2 + y^2$$

$$= (x - y)^2 + 2xy$$

$$= 3^2 + 2 \times 1$$

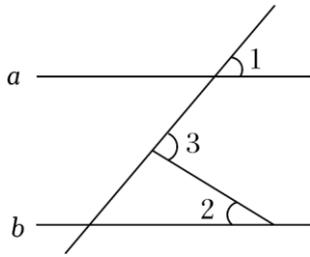
$$= 9 + 2$$

$$= 11,$$

故选：C.

【点评】 此题考查了完全平方公式的变式应用能力，关键是能准确理解并运用以上知识进行正确地变式、应用.

8. (3分) 如图， $a \parallel b$ ， $\angle 3 = 70^\circ$ ， $\angle 1 - \angle 2 = 10^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的度数是 ()



- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

【分析】根据平行线的性质可得 $\angle 1 = \angle 4$ ，然后根据三角形的外角可得 $\angle 3 = \angle 4 + \angle 2$ ，从而可得 $\angle 1 + \angle 2 = 70^\circ$ ，最后进行计算即可解答.

【解答】解：如图：

$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 4,$$

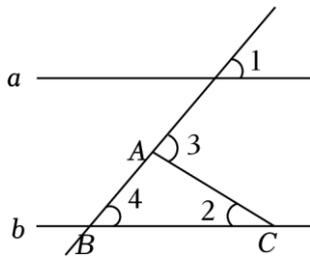
$\because \angle 3$ 是 $\triangle ABC$ 的一个外角，

$$\therefore \angle 3 = \angle 4 + \angle 2 = \angle 1 + \angle 2,$$

$$\because \angle 3 = 70^\circ, \quad \angle 1 - \angle 2 = 10^\circ,$$

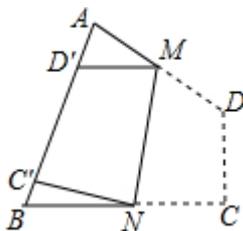
$$\therefore \angle 1 = 40^\circ,$$

故选：B.



【点评】本题考查了平行线的性质，三角形外角的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

9. (3分) 如图，四边形纸片 $ABCD$ 中， $\angle A = 65^\circ$ ， $\angle B = 85^\circ$ ，将纸片折叠，使 C, D 落在 AB 边上的 C', D' 处，折痕为 MN ，则 $\angle AMD' + \angle BNC' =$ ()



- A. 60° B. 70° C. 80° D. 85°

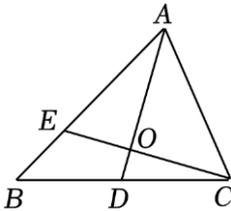
【分析】根据折叠的性质可求得： $\angle DMN = \angle D'MN$ ， $\angle CNM = \angle C'NM$ ，利用多边形的内角和定理可求解 $\angle DMN + \angle CNM = 150^\circ$ ，由补角的定义可求解.

【解答】解：由折叠可知： $\angle DMN = \angle D'MN$ ， $\angle CNM = \angle C'NM$ ，
 $\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$ ， $\angle A = 65^\circ$ ， $\angle B = 85^\circ$ ，
 $\therefore \angle C + \angle D = 210^\circ$ ，
 $\therefore \angle DMN + \angle CNM + \angle C + \angle D = 360^\circ$ ，
 $\therefore \angle DMN + \angle CNM = 150^\circ$ ，
 $\therefore \angle AMD' + \angle BNC' + 2\angle DMN + 2\angle CNM = 2 \times 180^\circ = 360^\circ$ ，
 $\therefore \angle AMD' + \angle BNC' = 60^\circ$ ，

故选：A.

【点评】本题主要考查多边形的内角和外角，折叠的性质，掌握多边形的内角和定理是解题的关键.

10. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BD = CD$ ， $AE = 2BE$ ，连接 AD 、 CE 相交于点 O ，若 $\triangle ABC$ 的面积为24，则 $\triangle AOE$ 与 $\triangle COD$ 的面积之差为（ ）



- A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

【分析】根据等高三角形的面积之比等于底之比可 $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 12$ ， $S_{\triangle AEC} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3} \times 24 = 16$ ；再利用 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle COD} = 12$ ， $S_{\triangle AEC} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle AOE} = 16$ 两式相减即可得出结果.

【解答】解： $BD = CD$ ， $AE = 2BE$ ， $\triangle ABC$ 的面积为24，

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 12,$$

又 $\because AE = 2BE$ ， $\triangle ABC$ 的面积为24，

$$\therefore S_{\triangle AEC} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3} \times 24 = 16,$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle COD} = 12 \text{①},$$

$$S_{\triangle AEC} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle AOE} = 16 \text{ ②},$$

$$\therefore \text{由②} - \text{①得 } S_{\triangle AOE} - S_{\triangle COD} = 16 - 12 = 4;$$

故选：B.

【点评】 本题考查了三角形的面积，熟练掌握三角形的中线的性质以及等高的三角形的面积比等于其对应底的比是解题的关键.

二、填空题。(每空 3 分，共 24 分.)

11. (3 分) “碧玉妆成一树高，万条垂下绿丝绦”. 每到春天，人们流连于柳绿桃红之间的同时也被漫天飞舞的柳絮所烦扰. 据测定，柳絮纤维的直径约为 $0.0000105m$ ，该数值用科学记数法表示为 1.05×10^{-5} .

【分析】 绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负整数指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】 解： $0.0000105 = 1.05 \times 10^{-5}$.

故答案为： 1.05×10^{-5} .

【点评】 本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

12. (3 分) 正十边形一个内角度数为 144° .

【分析】 利用正十边形的外角和是 360 度，并且每个外角都相等，即可求出每个外角的度数；再根据内角与外角的关系可求出正十边形的每个内角的度数；

【解答】 解： \because 一个十边形的每个外角都相等，

$$\therefore \text{十边形的一个外角为 } 360 \div 10 = 36^\circ .$$

$$\therefore \text{每个内角的度数为 } 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ ;$$

故答案为： 144° .

【点评】 本题主要考查了多边形的内角与外角的关系. 多边形的外角性质：多边形的外角和是 360 度. 边形的内角与它的外角互为邻补角.

13. (3 分) 若 b 为常数，要使 $4x^2 - 2bx + 1$ 成为完全平方式，那么 b 的值是 ± 2 .

【分析】 先根据两平方项确定出这两个数，再根据完全平方公式的乘积二倍项即可确定 b 的值.

【解答】 解： $4x^2 - 2bx + 1 = (2x)^2 - 2bx + 1^2$,

$$\therefore -2bx = \pm 2 \times 2x \times 1,$$

解得： $b = \pm 2$.

故答案为： ± 2 .

【点评】 本题主要考查了完全平方式，根据平方项确定出这两个数是解题的关键，注意不要漏解.

14. (3分) 计算： $(\frac{5}{3})^{2023} \times (0.6)^{2022} = \frac{5}{3}$.

【分析】 利用幂的乘方与积的乘方的逆运算解答即可.

【解答】 解：原式 $= (\frac{5}{3})^{2022} \times (\frac{3}{5})^{2022} \times \frac{5}{3}$
 $= (\frac{5}{3} \times \frac{3}{5})^{2022} \times \frac{5}{3}$
 $= 1^{2022} \times \frac{5}{3}$
 $= 1 \times \frac{5}{3}$
 $= \frac{5}{3}$.

故答案为： $\frac{5}{3}$.

【点评】 本题主要考查了幂的乘方与积的乘方，将算式适当变形后利用幂的乘方与积的乘方的逆运算解答是解题的关键.

15. (3分) 分解因式： $2x^2 - 8x = 2x(x - 4)$.

【分析】 直接提取公因式 $2x$ ，进而得出答案.

【解答】 解：原式 $= 2x(x - 4)$.

故答案为： $2x(x - 4)$.

【点评】 此题主要考查了提取公因式法分解因式，正确找出公因式是解题关键.

16. (3分) 等腰三角形的一条边长为 6，另一边长为 13，则它的周长为 32.

【分析】 本题应分为两种情况 6 为底或 13 为底，还要注意是否符合三角形三边关系.

【解答】 解： \because 等腰三角形的一边长为 6，另一边长为 13，

\therefore 有两种情况：① 13 为底，6 为腰，而 $6+6=12 < 13$ ，舍去；

② 6 为底，13 为腰，那么 $13+13+6=32$ ；

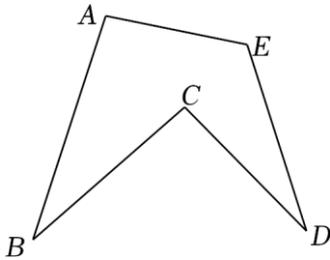
\therefore 该三角形的周长是 $13+13+6=32$.

故答案为：32.

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；求三角形的周长，不能盲

目地将三边长相加起来，而应养成检验三边长能否组成三角形的好习惯，把不符合题意的舍去。

17. (3分) 如图，点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 在同一平面内，连接 AB 、 BC 、 CD 、 DE 、 EA ，若 $\angle BCD=80^\circ$ ，则 $\angle A+\angle B+\angle D+\angle E=$ 260° 。



【分析】 根据周角的定义求出 $\angle 1$ 的度数，用五边形的内角和减去 $\angle 1$ 的度数即可得出答案。

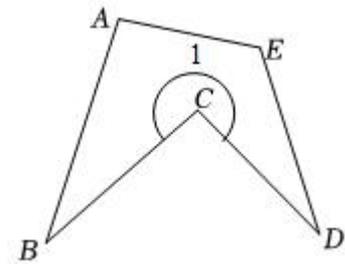
【解答】 解：如图，五边形的内角和 $= (5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ，

$$\because \angle BCD=80^\circ,$$

$$\therefore \angle 1=360^\circ - 80^\circ = 280^\circ,$$

$$\therefore \angle A+\angle B+\angle D+\angle E=540^\circ - 280^\circ = 260^\circ.$$

故答案为： 260° 。



【点评】 本题考查了多边形的内角与外角，掌握多边形的内角和 $= (n - 2) \cdot 180^\circ$ 是解题的关键。

18. (3分) 观察下列各等式：

$$x - 2 = x - 2;$$

$$(x - 2)(x + 2) = x^2 - 2^2;$$

$$(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = x^3 - 2^3;$$

$$(x - 2)(x^3 + 2x^2 + 4x + 8) = x^4 - 2^4;$$

...

请你猜想：若 $A \cdot (x - y) = x^5 - y^5$ ，则 $A =$ $x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$ 。

【分析】观察一系列等式得到规律，从特殊到一般猜想答案.

【解答】解：下一个等式应该为：

$$(x-2)(x^4+2x^3+4x^2+8x+16)=x^5-2^5,$$

猜想： $(x-y)(x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4)=x^5-y^5,$

$$\therefore A=x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4.$$

故答案为： $x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4.$

【点评】本题主要考查了探索规律，体现了从特殊到一般的数学思想，弄清楚题中的规律是解题的关键.

三、解答题。（共 8 小题，满分 76 分）

19.（16 分）计算

(1) $(\pi - 314)^0 + (-\frac{1}{2})^2 - (-2)^{-2}.$

(2) $(-2a^2)^3 + 2a^2 \cdot a^4 - a^8 \div a^2.$

(3) $x(x+7) - (x-3)(x+2).$

(4) $(a-b+2)(a+b-2).$

【分析】(1) 直接利用零指数幂的性质以及负整数指数幂的性质分别化简，进而计算出答案；

(2) 直接利用积的乘方运算法则、同底数幂的乘除运算法则化简，进而合并同类项得出答案；

(3) 直接利用单项式乘多项式以及多项式乘多项式运算法则化简，进而合并同类项得出答案；

(4) 直接利用平方差公式将原式变形，进而利用完全平方公式化简，进而合并同类项得出答案.

【解答】解：(1) $(\pi - 314)^0 + (-\frac{1}{2})^2 - (-2)^{-2}$

$$= 1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$$

$$= 1;$$

(2) $(-2a^2)^3 + 2a^2 \cdot a^4 - a^8 \div a^2$

$$= -8a^6 + 2a^6 - a^6$$

$$= -7a^6;$$

$$\begin{aligned}
 & (3) x(x+7) - (x-3)(x+2) \\
 &= x^2+7x - (x^2 - x - 6) \\
 &= x^2+7x - x^2+x+6 \\
 &= 8x+6;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (4) (a-b+2)(a+b-2) \\
 &= [a - (b-2)][a + (b-2)] \\
 &= a^2 - (b-2)^2 \\
 &= a^2 - b^2 + 4b - 4.
 \end{aligned}$$

【点评】此题主要考查了整式的混合运算、实数的运算，正确掌握相关运算法则是解题关键。

20. (16分)把下列各式分解因式.

- (1) $x^3y - xy^3$.
- (2) $x(y-z) - y(z-y)$.
- (3) $(x^2+4)^2 - 16x^2$.
- (4) $(x-y)^2 + 4xy$.

- 【分析】**(1) 提公因式后，再利用平方差公式分解即可；
 (2) 提取公因式即可；
 (3) 先利用平方差公式分解，再利用完全平方公式分解即可；
 (4) 先计算乘方，再合并同类项，最后利用完全平方公式分解即可.

- 【解答】**解：(1) 原式 $= xy(x^2 - y^2) = xy(x+y)(x-y)$ ；
 (2) 原式 $= x(y-z) + y(y-z) = (y-z)(x+y)$ ；
 (3) 原式 $= (x^2+4+4x)(x^2+4-4x) = (x+2)^2(x-2)^2$ ；
 (4) 原式 $= x^2 - 2xy + y^2 + 4xy = x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$.

【点评】此题考查的是提公因式与公式法进行分解因式，掌握平方差公式和完全平方公式是解决此题的关键.

21. (6分)先化简，再求值： $(x-2y)^2 - (x-y)(x+y) - 5y^2$ ，其中 $x = \frac{1}{4}$ ， $y = -3$.

【分析】根据整式的四则运算顺序（先乘除，后加减）及整式的运算法则对代数式进行

化简，然后将 x 、 y 的值代入.

【解答】解：原式 $=x^2 - 4xy + 4y^2 - x^2 + y^2 - 5y^2$
 $= -4xy.$

当 $x = \frac{1}{4}$, $y = -3$ 时,

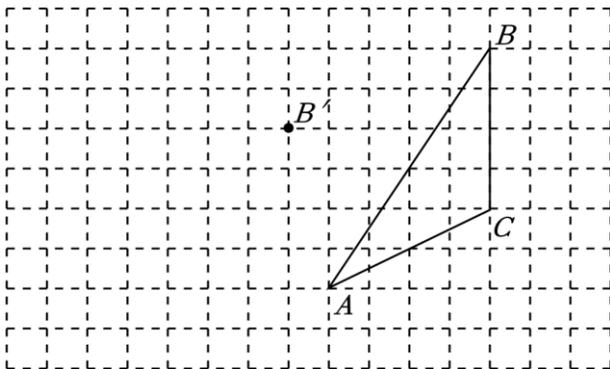
原式 $= -4 \times \frac{1}{4} \times (-3) = 3.$

【点评】 本题考查整式的混合运算，关键是掌握整式的运算顺序以及整式的运算法则.

22. (6分) 如图，在每个小正方形边长为1的方格纸内将 $\triangle ABC$ 经过一次平移后得到 $\triangle A'B'C'$,

图中标出了点 B 的对应点 B' . 根据下列条件，利用格点和直尺画图：

- (1) 补全 $\triangle A'B'C'$;
- (2) 请在 AC 边上找一点 D ，使得线段 BD 平分 $\triangle ABC$ 的面积，在图上作出线段 BD ;
- (3) 利用格点在图中画出 AC 边上的高线 BE .



【分析】 (1) 根据平移的性质即可补全 $\triangle A' B' C'$;

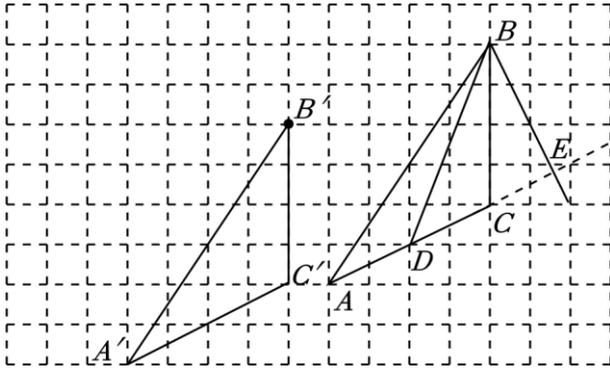
(2) 根据网格即可在 AC 边上找一点 D ，使得线段 BD 平分 $\triangle ABC$ 的面积，进而可以在图上作出线段 BD ;

(3) 利用格点在图中画出 AC 边上的高线 BE 即可.

【解答】解：(1) 如图所示， $\triangle A' B' C'$ 为所求作三角形；

(2) 如图所示， BD 为 AC 边上的中线；

(3) 如图所示， BE 为 AC 边上的高线.



【点评】 本题考查了作图 - 平移变换，掌握平移的性质是解决本题的关键.

23. (6分) 完成下面的证明.

已知: 如图, $\angle A = \angle F$, $\angle 1 = \angle 2$.

求证: $\angle C = \angle D$.

证明: $\because \angle A = \angle F$ (已知),

$\therefore AC \parallel DF$ (内错角相等, 两直线平行).

$\therefore \angle C = \angle CEF$ (两直线平行, 内错角相等).

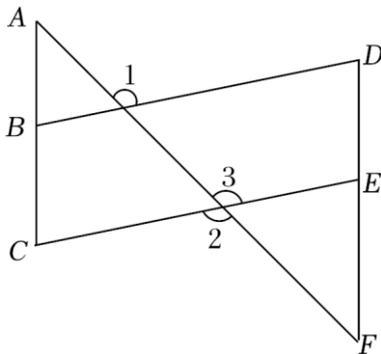
$\because \angle 1 = \angle 2$ (已知), $\angle 2 = \angle 3$ (对顶角相等).

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ (等量代换).

$\therefore BD \parallel CE$ (同位角相等, 两直线平行),

$\therefore \angle D = \angle CEF$ (两直线平行, 同位角相等).

$\therefore \angle C = \angle D$ (等量代换).



【分析】 先利用平行线的判定可得 $AC \parallel DF$, 从而利用平行线的性质可得 $\angle C = \angle CEF$, 再根据已知和对顶角相等可得 $\angle 1 = \angle 3$, 从而可得 $BD \parallel CE$, 然后利用平行线的性质可得 $\angle D = \angle CEF$, 从而利用等量代换, 即可解答.

【解答】 解: $\because \angle A = \angle F$ (已知),

$\therefore AC \parallel DF$ (内错角相等, 两直线平行),

$\therefore \angle C = \angle CEF$ (两直线平行, 内错角相等),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (已知), $\angle 2 = \angle 3$ (对顶角相等),

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ (等量代换),

$\therefore BD \parallel CE$ (同位角相等, 两直线平行),

$\therefore \angle D = \angle CEF$ (两直线平行, 同位角相等).

$\therefore \angle C = \angle D$ (等量代换),

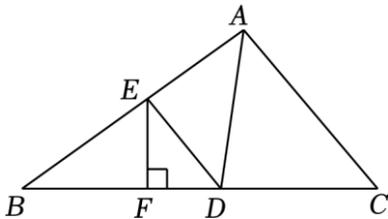
故答案为: DF ; 内错角相等, 两直线平行; CEF ; 两直线平行, 内错角相等; 对顶角相等; 两直线平行, 同位角相等.

【点评】本题考查了平行线的判定与性质, 熟练掌握平行线的判定与性质是解题的关键.

24. (8分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是角平分线, E 为边 AB 上一点, 连接 DE , $\angle EAD = \angle EDA$, 过点 E 作 $EF \perp BC$, 垂足为 F .

(1) 求证: $DE \parallel AC$;

(2) 若 $\angle DEF = 40^\circ$, $\angle B = 35^\circ$, 求 $\angle BAC$ 的度数.



【分析】(1) 只需要证明 $\angle EDA = \angle CAD$, 即可证明 $DE \parallel AC$;

(2) 利用三角形内角和定理求出 $\angle EDF = 50^\circ$, 进而求出 $\angle BED = 95^\circ$, 再利用平行线的性质求解即可.

【解答】(1) 证明: $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$,

$\because \angle EAD = \angle EDA$,

$\therefore \angle EDA = \angle CAD$,

$\therefore DE \parallel AC$;

(2) 解: $\because EF \perp BD$,

$\therefore \angle EFD = 90^\circ$,

$\therefore \angle EDF = 180^\circ - \angle DEF - \angle EFD = 50^\circ$,

$\therefore \angle BED = 180^\circ - \angle B - \angle BDE = 95^\circ$,

$\because DE \parallel AC$,

$\therefore \angle BAC = \angle BED = 95^\circ$.

【点评】 本题主要考查了平行线的性质与判定，三角形内角和定理，角平分线的定义，熟知平行线的性质与判定条件是解题的关键。

25. (8分) 在苏教版七下第九章的学习中，对同一个图形的面积可以从不同的角度思考，用不同的式子表示。

(1) 用不同的方法计算图1的面积得到等式： $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ ；

(2) 图2是由两个边长分别为 a 、 b 、 c 的直角三角形和一个两条直角边都是 c 的直角三角形拼成，从整体看它又是一个直角梯形，用不同的方法计算这个图形的面积，能得到等式： $a^2 + b^2 = c^2$ ；(结果为最简)

(3) 根据上面两个结论，解决下面问题：

①在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，三边长分别为 a 、 b 、 c ，已知 $ab=12$ ， $c=5$ ，求 $a+b$ 的值。

②如图3，四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 互相垂直，垂足为 O ， $AC=BD=2$ ，在直角 $\triangle BOC$ 中， $OB=x$ ， $OC=y$ ，若 $\triangle BOC$ 的周长为2，则 $\triangle AOD$ 的面积=1。

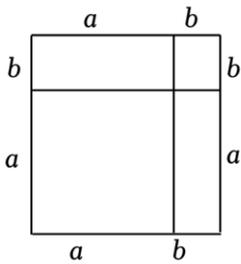


图1

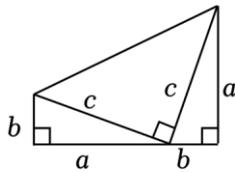


图2

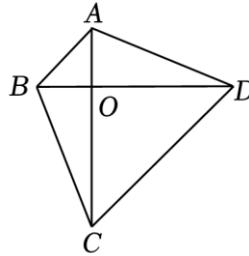


图3

【分析】 (1) 根据图1的面积为大正方形的面积，也可以看作是2个不同的正方形的面积加上2个相同的长方形的面积，分别列出代数式即可得到答案；

(2) 图2的面积为直角梯形的面积，也可以看作是3个直角三角形的面积和，分别列出代数式即可得到答案；

(3) ①利用(2)中的结论，代入数据直接计算即可；

②根据 $\triangle BOC$ 的周长先求出 $BC=2-x-y$ ，然后利用勾股定理列式整理得到 $xy=2x+2y-2$ ，求出 $OA=2-y$ ， $OD=2-x$ ，根据三角形的面积公式列式计算即可。

【解答】 解：图1的面积为大正方形的面积，即 $(a+b)^2$ ，

图1的面积也可以看作是2个不同的正方形的面积加上2个相同的长方形的面积，即 $a^2 + b^2 + 2ab$ ，

故可得等式： $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$,

故答案为： $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$;

(2) 图 2 的面积为直角梯形的面积，即 $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}(a+b)^2$,

图 2 的面积也可以看作是 3 个直角三角形的面积和，即 $\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = ab + \frac{1}{2}c^2$,

故可得等式： $\frac{1}{2}(a+b)^2 = ab + \frac{1}{2}c^2$,

$\therefore (a+b)^2 = 2ab + c^2$,

$\therefore a^2 + b^2 = c^2$,

故答案为： $a^2 + b^2 = c^2$;

(3) ①在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，三边长分别为 a 、 b 、 c ， $ab = 12$ ， $c = 5$ ，

由(2)可得 $(a+b)^2 = 2ab + c^2$ ，即 $(a+b)^2 = 2 \times 12 + 5^2 = 49$ ，

$\therefore a+b = 7$;

②在直角 $\triangle BOC$ 中， $OB = x$ ， $OC = y$ ， $\triangle BOC$ 的周长为 2，

$\therefore BC = 2 - x - y$ ，

\because 在直角 $\triangle BOC$ 中， $BC^2 = OB^2 + OC^2$ ，

$\therefore (2 - x - y)^2 = x^2 + y^2$ ，

$\therefore xy = 2x + 2y - 2$ ，

$\because AC = BD = 2$ ，

$\therefore OA = 2 - y$ ， $OD = 2 - x$ ，

$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2}OD \cdot OA$

$= \frac{1}{2}(2 - x)(2 - y)$

$= \frac{1}{2}(4 - 2x - 2y + xy)$

$= 2 - x - y + \frac{1}{2}xy$

$= 2 - x - y + \frac{1}{2}(2x + 2y - 2)$

$= 2 - x - y + x + y - 1$

$= 1$.

故答案为：1.

【点评】 本题考查了列代数式，整式的混合运算，勾股定理等知识，掌握常见几何图形

的面积公式及整式的运算法则是解题的关键.

26. (10分) 在我们苏科版义务教育教科书数学七下第42页曾经研究过双内角平分线的夹角和内外角平分线夹角问题. 聪聪在研究完上面的问题后, 对这类问题进行了深入的研究, 他的研究过程如下:

(1) 【问题再现】

如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分线交于点 P , 若 $\angle A=50^\circ$. 则 $\angle P=$ 115 $^\circ$;

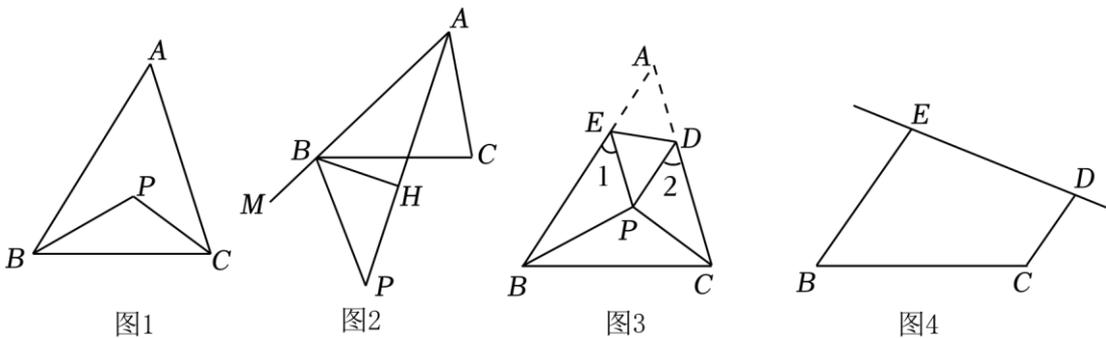
(2) 【问题推广】

如图2, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC$ 的角平分线与 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle CBM$ 的角平分线交于点 P , 过点 B 作 $BH \perp AP$ 于点 H , 若 $\angle ACB=76^\circ$, 求 $\angle PBH$ 的度数.

(3) 如图3, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分线交于点 P , 将 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠使得点 A 与点 P 重合, 若 $\angle 1+\angle 2=80^\circ$, 则 $\angle BPC=$ 110 $^\circ$;

(4) 【拓展提升】

在四边形 $BCDE$ 中, $EB \parallel CD$, 点 F 在直线 ED 上运动(点 F 不与 E, D 两点重合), 连接 BF, CF , $\angle EBF$ 、 $\angle DCF$ 的角平分线交于点 Q , 若 $\angle EBF=\alpha$, $\angle DCF=\beta$, 直接写出 $\angle Q$ 和 α, β 之间的数量关系.



【分析】(1) 根据三角形内角和定理和角平分线的定义求解即可;

(2) 先由角平分线的定义得到 $\angle BAC=2\angle BAP$, $\angle CBM=2\angle CBP$, 再由三角形外角的性质得到 $\angle CBP=\angle BAP+40^\circ$, 根据三角形内角和定理推出 $\angle P=180^\circ - \angle BAP - \angle ABP=40^\circ$, 再由垂线的定义得到 $\angle BHP=90^\circ$, 则 $\angle PBH=180^\circ - \angle P - \angle BHP=50^\circ$;

(3) 先由折叠的性质和平角的定义得到 $\angle AED+\angle ADE=130^\circ$, 进而求出 $\angle A=50^\circ$, 同(1)即可得到答案;

(4) 分点 F 在点 E 左侧, 点 F 在 D, E 之间, 点 F 在点 D 右侧三种情况讨论求解即可.

【解答】解：（1） $\because \angle A = 50^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 130^\circ，$$

$\because BP$ 平分 $\angle ABC$ ， CP 平分 $\angle ACB$ ，

$$\therefore \angle ABC = 2\angle PBC，\angle ACB = 2\angle PCB，$$

$$\therefore 2\angle PBC + 2\angle PCB = 130^\circ，\text{即 } \angle PBC + \angle PCB = 65^\circ，$$

$$\therefore \angle P = 180^\circ - \angle PBC - \angle PCB = 115^\circ，$$

故答案为： 115° ；

（2） $\because AP$ 平分 $\angle BAC$ ， BP 平分 $\angle CBM$ ，

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BAP，\angle CBM = 2\angle CBP，$$

$\because \angle CBM = \angle BAC + \angle ACB$ ，

$$\therefore \angle CBP = \angle BAP + 40^\circ，$$

$$\because \angle ABC = 180^\circ - \angle ACB - \angle BAC，$$

$$\therefore \angle ABC = 100^\circ - 2\angle BAP，$$

$$\therefore \angle P = 180^\circ - \angle BAP - \angle ABP = 40^\circ，$$

$\because BH \perp AP$ ，即 $\angle BHP = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle PBH = 180^\circ - \angle P - \angle BHP = 50^\circ；$$

（3）由折叠的性质可得 $\angle AED = \angle PED$ ， $\angle ADE = \angle PDE$ ，

$$\because \angle 1 + \angle AEP = 180^\circ，\angle 2 + \angle ADP = 180^\circ，\angle 1 + \angle 2 = 80^\circ，$$

$$\therefore 2\angle AED + 2\angle ADE = 280^\circ，$$

$$\therefore \angle AED + \angle ADE = 140^\circ，$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle AED - \angle ADE = 40^\circ，$$

\therefore 同（1）原理可得 $\angle P = 110^\circ$ ，

故答案为： 110° ；

（4）当点 F 在点 E 左侧时，如图 4 - 1 所示，

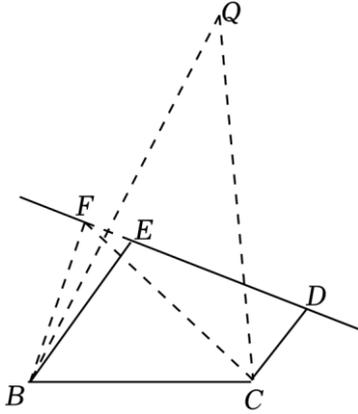


图4-1

$\because BE \parallel CD,$

$\therefore \angle CBE + \angle BCD = 180^\circ,$

$\because BQ$ 平分 $\angle EBF,$ CQ 平分 $\angle DCF,$

$\therefore \angle EBQ = \frac{1}{2} \angle EBF = \frac{\alpha}{2}, \angle QCF = \frac{1}{2} \angle DCF = \frac{\beta}{2},$

$\because \angle EBC + \angle FCB = 180^\circ - \angle DCF = 180^\circ - \beta,$

$\therefore \angle Q = 180^\circ - \angle QBC - \angle QCB = 180^\circ - \angle QBE - \angle EBC - \angle FCB - \angle QCF = \frac{\beta - \alpha}{2};$

当 F 在 $D、E$ 之间时, 如图 4-2 所示:

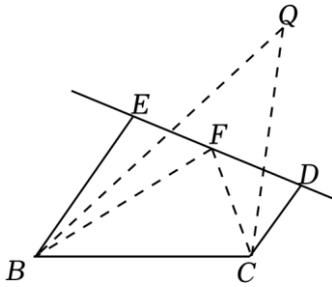


图4-2

同理可得 $\angle FBQ = \frac{1}{2} \angle EBF = \frac{\alpha}{2}, \angle QCF = \frac{1}{2} \angle DCF = \frac{\beta}{2}, \angle FBC + \angle FCB = 180^\circ - \angle DCF - \angle EBF = 180^\circ - \alpha - \beta,$

$\therefore \angle Q = 180^\circ - \angle QBC - \angle QCB = 180^\circ - \angle QBF - \angle FBC - \angle FCB - \angle QCF = \frac{\alpha + \beta}{2};$

当点 F 在 D 点右侧时, 如图 4-3 所示:

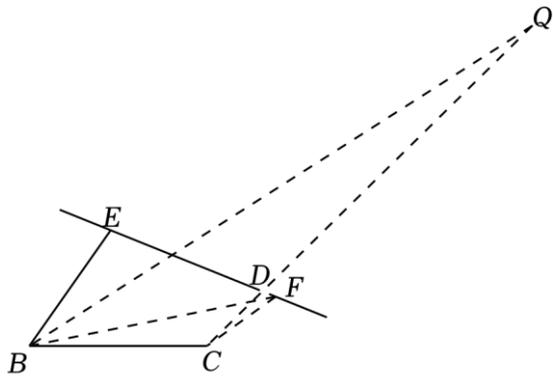


图4-3

同理可得 $\angle Q = 180^\circ - \angle QBC - \angle QCB = 180^\circ - \angle QBF - \angle FBC - \angle DCB - \angle QCD = \frac{\alpha - \beta}{2}$;

综上所述, F 在 E 左侧 $\angle Q = \frac{\beta - \alpha}{2}$; F 在 ED 中间 $\angle Q = \frac{\alpha + \beta}{2}$; F 在 D 右侧 $\angle Q = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

【点评】 本题主要考查了三角形内角和定理, 角平分线的定义, 三角形外角的性质, 平行线的性质, 垂线的定义, 熟知相关知识是解题的关键.