

2021-2022 学年江苏省无锡市惠山区锡山高级中学实验学校七年

级（下）期中数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1. (3 分) 已知 $a^m=3$, $a^n=2$, 则 a^{m+n} 的值是 ()

- A. 1 B. 1.5 C. 5 D. 6

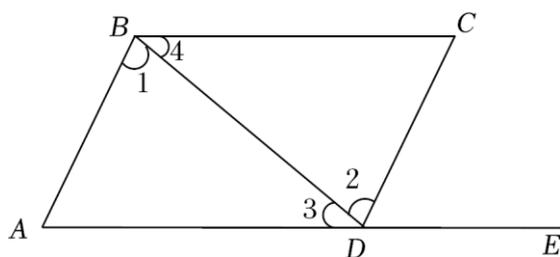
2. (3 分) 下列各个选项中给出长度的 3 条线段, 其中能首尾依次相连组成三角形的是 ()

- A. 1cm, 2cm, 4cm B. 4cm, 5cm, 6cm
C. 12cm, 5cm, 6cm D. 1cm, 3cm, 4cm

3. (3 分) 下列运算中, 正确的是 ()

- A. $x^3+x^3=2x^6$ B. $x^4 \cdot x^2=x^8$ C. $a^6 \div a^2=a^3$ D. $(a^3)^3=a^9$

4. (3 分) 如图, 不能得出 $AB \parallel CD$ 的是 ()



- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle A = \angle CDE$
C. $\angle 3 = \angle 4$ D. $\angle C + \angle ABC = 180^\circ$

5. (3 分) 已知二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$, 则 $x - y$ 的值为 ()

- A. 2 B. 6 C. -2 D. -6

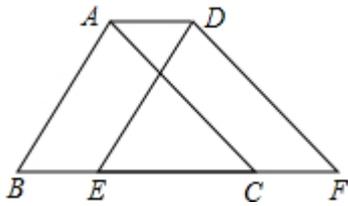
6. (3 分) 在下列计算中, 不能用平方差公式计算的是 ()

- A. $(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)$ B. $(c^2 - d^2)(d^2 + c^2)$
C. $(-a - b)(a - b)$ D. $(m - n)(-m + n)$

7. (3 分) 若 n 边形的内角和是五边形的外角和的 3 倍, 则 n 的值为 ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

8. (3 分) 如图, 将周长为 8 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 2 个单位得到 $\triangle DEF$, 则四边形 $ABFD$ 的周长为 ()



- A. 10 B. 12 C. 13 D. 14

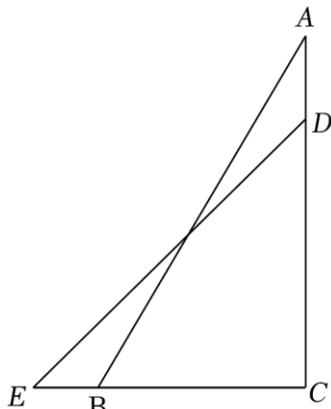
9. (3分) 要使 $(x^2 - x + 5)(2x^2 - ax - 4)$ 展开式中不含 x^2 项, 则 a 的值等于 ()

- A. -6 B. 6 C. 14 D. -14

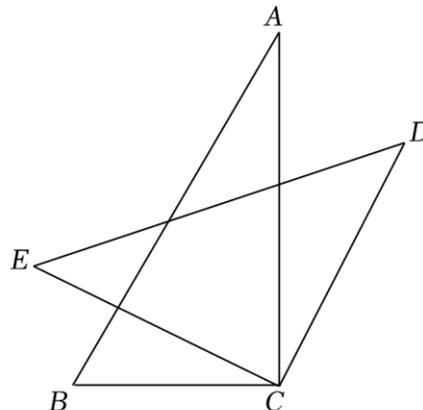
10. (3分) 如图①, 将一副三角板中的两个直角叠放在一起, 其中 $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle EDC = 45^\circ$, $BC < CD < AC$, 现按住三角板 ABC 不动, 将三角板 DCE 绕点 C 顺时针旋转, 图②是旋转过程中的某一位置, 继而当 B, C, E 三点共线时旋转停止, 记 $\angle BCD = k\angle ACE$ (k 为常数), 给出下列四个说法:

- (1) 当 $k=1$ 时, 直线 AB 与直线 DE 相交所成的锐角度数为 15° ;
 (2) 当 $k=3$ 时, $DE \parallel BC$;
 (3) 当 $CE \perp AB$ 时, $k=2$;
 (4) 当 $CE \parallel AB$ 时, $k = \frac{1}{5}$ 或 $k=5$.

其中正确的说法的个数是 ()



①



②

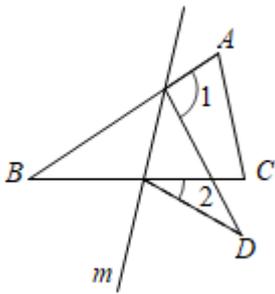
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分. 不需写出解答过程, 只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置)

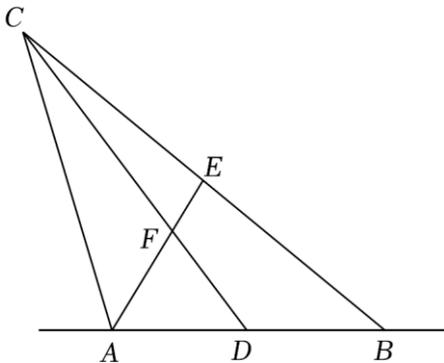
11. (2分) 氢原子的半径约为 $0.0000000005m$, 用科学记数法表示氢原子的半径为 m .

12. (2分) 若 $m - n = 1$, $mn = 2$, 则 $(m - 2)(n + 2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (2分) 若二次三项式 $x^2 - x + m$ 是一个完全平方式, 则 $m =$ _____.
14. (2分) 已知等腰三角形的两条边的长度分别为 2 和 4, 则它的周长为 _____.
15. (2分) 《九章算术》是我国传统数学的重要著作, 其中记载了一个数学问题: 今有共买物, 人出八, 盈三; 人出七, 不足四, 问物价为几何? 译文: 今有人合伙购物, 每人出 8 钱, 会多出 3 钱; 每人出 7 钱, 又会差 4 钱, 问物价是多少? 本题的结果是: _____.
16. (2分) 若 $2x + 3y - 6 = 0$, 则 $4^{x-1} \times 8^y =$ _____.
17. (2分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 32^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 m 翻折, 点 B 落在点 D 的位置, 则 $\angle 1 - \angle 2$ 的度数是 _____ 度.



18. (2分) 如图, 点 C 为直线 AB 外一动点, $AB = 5$, 连接 CA 、 CB , 点 D 、 E 分别是 AB 、 BC 的中点, 连接 AE 、 CD 交于点 F , 当四边形 $BEFD$ 的面积为 5 时, 线段 AC 的长度的最小值为 _____.



三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 54 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (4分) 计算:

(1) $(-2)^2 - 2022^0 + 2^{-1}$;

(2) $(-2a^2)^2 \cdot a^4 - 3a^{10} \div a^2$.

20. (4分) 因式分解:

(1) $2x^2 - 32$;

(2) $2x^3y+4x^2y^2+2xy^3$.

21. (4分) 先化简, 再求值: $(x+y)^2 - 3x(x+y) + (x+2y)(x-2y)$, 其中 $x=1, y=-1$.

22. (6分) 解方程组:

(1)
$$\begin{cases} y = x \\ y + 4x = 15 \end{cases}$$

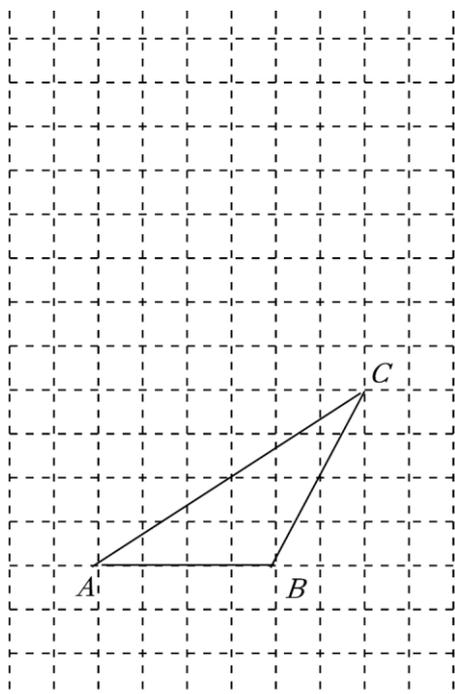
(2)
$$\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$$

23. (6分) 如图, 网格中每个小正方形边长为 1, $\triangle ABC$ 的顶点都在格点 (网格线的交点) 上. 将 $\triangle ABC$ 向上平移 5 格, 得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 利用网格画图.

(1) 请在图中画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 作出 AB 边上的高 CE ;

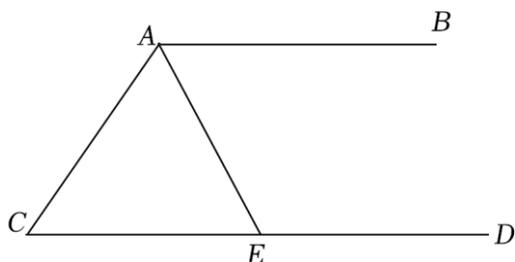
(3) BC 边在平移的过程中扫过的面积等于 _____.



24. (6分) 如图, AE 平分 $\angle BAC$, $\angle CAE = \angle CEA$.

(1) 求证: $AB \parallel CD$;

(2) 若 $\angle C = 50^\circ$, 求 $\angle CEA$ 的度数.



25. (8分) 某货运公司有A, B两种型号的汽车, 用2辆A型车和3辆B型车装满货物一次可运货13吨; 用3辆A型车和5辆B型车装满货物一次可运货21吨. 某物流公司现有25吨货物, 计划同时租用A型车和B型车, 一次运完, 且恰好每辆车都装满货物.

- (1) 一辆A型车和一辆B型车都装满货物分别可运货多少吨?
 (2) 请你帮该物流公司设计可行的租车方案, 直接写出所有方案.

26. (8分) (1) 填空: $(a-b)(a+b) = \underline{\hspace{2cm}}$; $(a-b)(a^2+ab+b^2) = \underline{\hspace{2cm}}$;
 $(a-b)(a^3+a^2b+ab^2+b^3) = \underline{\hspace{2cm}}$;

.....

(2) 猜想: $(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\dots+ab^{n-2}+b^{n-1}) = \underline{\hspace{2cm}}$; (其中 $n \geq 2$, n 是正整数).

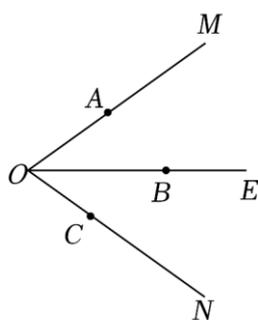
(3) 应用:

利用(2)中猜想的结论, 解决下列问题

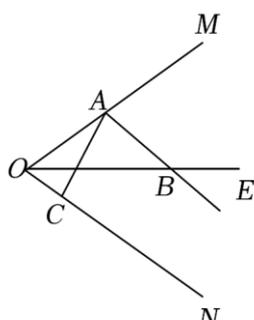
- ①把 $a^5 - b^5$ 写成含有因式 $(a-b)$ 的两个因式的乘积形式;
 ②简便计算: $3 \times (2^9 - 2^8 + 2^7 - 2^6 + 2^5 - 2^4 + 2^3 - 2^2 + 2 - 1)$.

27. (8分) 如图1, 已知 $\angle MON = 72^\circ$, OE 平分 $\angle MON$, 点A, B, C分别是射线OM, OE, ON上异于点O的动点.

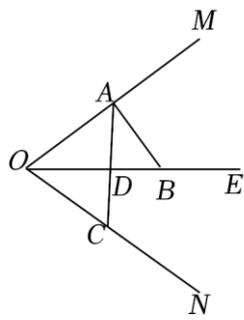
- (1) 在图1中连接AB, 若 $AB \parallel OC$, 则 $\angle ABE$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ °;
 (2) 如图2, 连接AC, 若射线AB平分 $\angle MAC$, 则 $\angle ABO$ 与 $\angle ACO$ 的数量关系式是 $\underline{\hspace{2cm}}$;
 (3) 如图3, 连接AC交射线OE于点D (不与点B重合), 当 $AB \perp OM$ 且 $\triangle ADB$ 中有两个角相等时, 求 $\angle OAC$ 的度数.



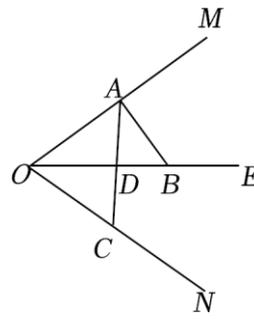
(图1)



(图2)



(图3)



(备用图)

2021-2022 学年江苏省无锡市惠山区锡山高级中学实验学校七年
级（下）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1.（3 分）已知 $a^m=3$ ， $a^n=2$ ，则 a^{m+n} 的值是（ ）

- A. 1 B. 1.5 C. 5 D. 6

【分析】根据同底数幂的乘法法则：同底数幂相乘，底数不变，指数相加，进行运算即可．

【解答】解： $a^{m+n}=a^m \times a^n=3 \times 2=6$ ．

故选：D．

【点评】本题考查了同底数幂的乘法运算，属于基础题，解答本题的关键是掌握同底数幂的乘法法则．

2.（3 分）下列各个选项中给出长度的 3 条线段，其中能首尾依次相连组成三角形的是（ ）

- A. 1cm, 2cm, 4cm B. 4cm, 5cm, 6cm
C. 12cm, 5cm, 6cm D. 1cm, 3cm, 4cm

【分析】根据构成三角形的条件即可判断．

【解答】解： $1+2 < 4$ ，故 A 选项错误；

$4+5=9 > 6$ ，故 B 选项正确；

$5+6=11 < 12$ ，故 C 选项错误；

$1+3=4$ ，故 D 选项错误，

故选：B．

【点评】本题考查了构成三角形的条件，熟练掌握三角形任意两边之和大于第三边是解题的关键．

3.（3 分）下列运算中，正确的是（ ）

- A. $x^3+x^3=2x^6$ B. $x^4 \cdot x^2=x^8$ C. $a^6 \div a^2=a^3$ D. $(a^3)^3=a^9$

【分析】根据合并同类项，同底数幂的乘除法，幂的乘方运算进行计算即可求解．

【解答】解：A. 根据合并同类项法则， $x^3+x^3=2x^3$ ，故该选项不正确，那么 A 不符合题意．

6. (3分) 在下列计算中, 不能用平方差公式计算的是 ()

- A. $(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)$ B. $(c^2 - d^2)(d^2 + c^2)$
C. $(-a - b)(a - b)$ D. $(m - n)(-m + n)$

【分析】根据平方差公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 进行逐一判断即可.

【解答】解: A、对于 $(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)$ 可以令 $a = x^3$, $b = y^3$, 则原式可以化为 $(a - b)(a + b)$ 符合平方差公式, 故此选项不符合题意;

B、 $(c^2 - d^2)(d^2 + c^2)$ 可以令 $a = c^2$, $b = d^2$, 则原式可以化为 $(a - b)(a + b)$ 符合平方差公式, 故此选项不符合题意;

C、 $(-a - b)(a - b) = -(a + b)(a - b)$, $(a - b)(a + b)$ 符合平方差公式, 故此选项不符合题意;

D、 $(m - n)(-m + n) = -(m - n)(m - n)$, 不符合平方差公式, 故此选项符合题意;
故选: D.

【点评】本题主要考查了平方差公式, 熟知平方差公式是解题的关键. 平方差公式: 两个数的和与这两个数的差相乘, 等于这两个数的平方差, 即 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

7. (3分) 若 n 边形的内角和是五边形的外角和的 3 倍, 则 n 的值为 ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【分析】根据多边形内角和公式 $180^\circ(n - 2)$ 和多边形外角和为 360° , 可列方程, 再解方程即可.

【解答】解: \because 一个 n 边形的内角和是五边形外角和的 3 倍,

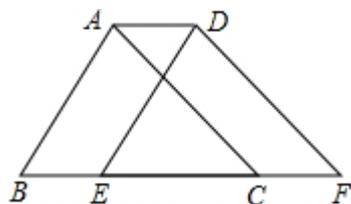
$$\therefore 180^\circ \times (n - 2) = 360^\circ \times 3,$$

解得: $n = 8$,

故选: C.

【点评】此题主要考查了多边形内角和与外角和, 要结合多边形的内角和公式与外角和的关系来寻求等量关系, 构建方程即可求解.

8. (3分) 如图, 将周长为 8 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 2 个单位得到 $\triangle DEF$, 则四边形 $ABFD$ 的周长为 ()



A. 10

B. 12

C. 13

D. 14

【分析】根据平移的性质可得 $AD=CF=2$ ， $AC=DF$ ，然后根据四边形的周长的定义列式计算即可得解.

【解答】解：∵ $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 2 个单位得到 $\triangle DEF$ ，

$$\therefore AD=CF=2, AC=DF,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABFD \text{ 的周长} = AB + (BC+CF) + DF + AD = AB + BC + AC + AD + CF,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长} = 8,$$

$$\therefore AB + BC + AC = 8,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABFD \text{ 的周长} = 8 + 2 + 2 = 12.$$

故选：B.

【点评】本题考查了平移的性质，熟记性质得到相等的线段是解题的关键.

9. (3分) 要使 $(x^2 - x + 5)(2x^2 - ax - 4)$ 展开式中不含 x^2 项，则 a 的值等于 ()

A. -6

B. 6

C. 14

D. -14

【分析】根据多项式乘以多项式的法则进行展开，然后按照 x 的降序排列，使 x 的二次项的系数为 0 即可.

【解答】解： $(x^2 - x + 5)(2x^2 - ax - 4)$

$$= 2x^4 - ax^3 - 4x^2 - 2x^3 + ax^2 + 4x + 10x^2 - 5ax - 20$$

$$= 2x^4 - (a+2)x^3 + (a+6)x^2 + (4-5a)x - 20,$$

∵展开式中不含 x^2 项，

$$\therefore a+6=0,$$

$$\therefore a=-6,$$

故选：A.

【点评】本题考查多项式乘以多项式，掌握多项式乘以多项式的计算法则是正确解答的前提，令 x 的二次项的系数为 0 是正确解答的关键.

10. (3分) 如图①，将一副三角板中的两个直角叠放在一起，其中 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle EDC=45^\circ$ ， $BC < CD < AC$ ，现按住三角板 ABC 不动，将三角板 DCE 绕点 C 顺时针旋转，图②是旋转过程中的某一位置，继而当 B 、 C 、 E 三点共线时旋转停止，记 $\angle BCD = k\angle ACE$ (k 为常数)，给出下列四个说法：

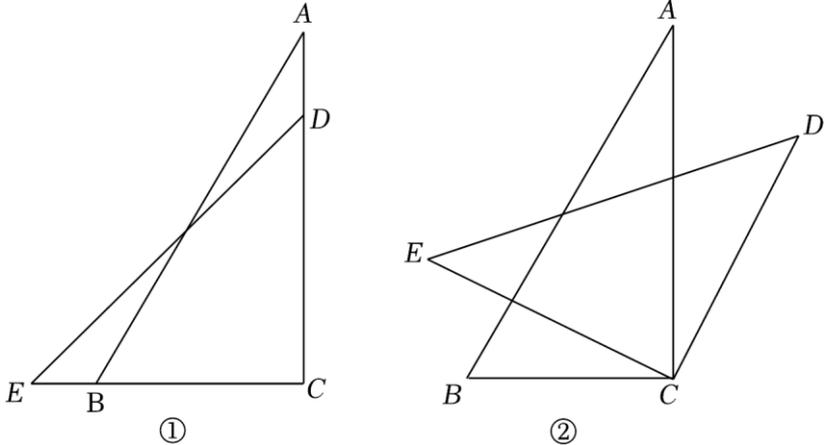
(1) 当 $k=1$ 时，直线 AB 与直线 DE 相交所成的锐角度数为 15° ；

(2) 当 $k=3$ 时， $DE \parallel BC$ ；

(3) 当 $CE \perp AB$ 时, $k=2$;

(4) 当 $CE \parallel AB$ 时, $k = \frac{1}{5}$ 或 $k=5$.

其中正确的说法的个数是 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【分析】 (1) 当 $k=1$ 时, 即图①, $\angle BCD = \angle ACE$, 根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角之和即可判断;

(2) 当 $k=3$ 时, $\angle BCD = 3\angle ACE$, 所以 $3\angle ACE + \angle ACE = 180^\circ$, 可得 $\angle ACE = 45^\circ$, $\angle BCE = 45^\circ$, 即可判断;

(3) 根据 $CE \perp AB$, 和 $\angle ABC = 60^\circ$, 可得 $\angle BCE = 30^\circ$, $\angle BCD = 120^\circ$, $\angle ACE = 60^\circ$, 即可判断;

(4) 由于题目条件是三角板 DCE 顺时针旋转到 B, C, E 共线时停止, 所以当 $CE \parallel AB$ 时, 只有一种情况, 此条件下 $\angle ACE = \angle BAC = 30^\circ$, 所以 $\angle BCD = 150^\circ$, 即 $\angle BCD = 5\angle ACE$, 即可判断.

【解答】 解: (1) 当三角板 DCE 旋转角度小于 90° 时,

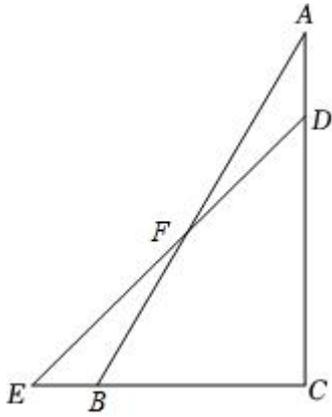
$$\because \angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ + \angle ACD,$$

$$\therefore \angle BCD + \angle ACE = 90^\circ + \angle ACD + \angle ACE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ,$$

当 $k=1$ 时, $\angle BCD = \angle ACE$,

$$\angle BCD = \angle ACE = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

如图, 设直线 AB 与直线 DE 交点为点 F ,



∵ 三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角之和

$$\therefore \angle AFD = \angle CDE - \angle CAB = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ,$$

故 (1) 正确;

$$(2) \text{ 当 } k=3 \text{ 时, } \angle BCD = 3\angle ACE,$$

$$\therefore 3\angle ACE + \angle ACE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = 90^\circ - \angle ACE = 45^\circ,$$

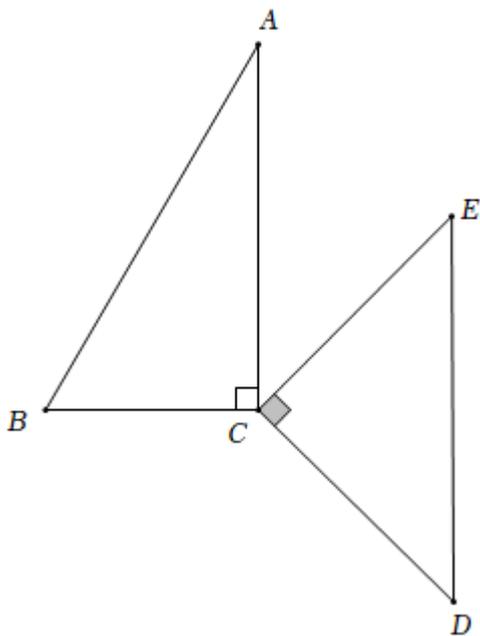
$$\therefore \angle BCE = \angle CED,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

如图, $k=3$ 时, $\angle ACE = \angle E = 45^\circ$, $AC \parallel ED$,

$$\therefore AC \perp BC,$$

$$\therefore BC \perp ED.$$



故 (2) 错误;

(3) 当 $CE \perp AB$ 时,

$$\because \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BCE + 90^\circ = 120^\circ,$$

$$\angle ACE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

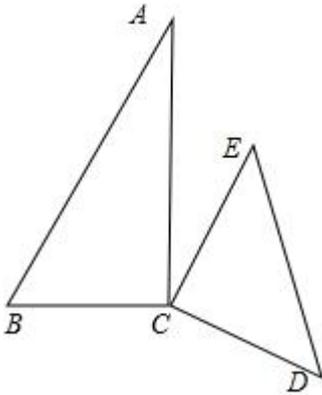
$$\therefore \angle BCD = 2\angle ACE,$$

$$\therefore k = 2,$$

故 (3) 正确;

(4) 由于三角板 DCE 顺时针旋转到 B 、 C 、 E 共线时停止,

所以当 $CE \parallel AB$ 时, 只有图中一种情况:



此时 $\angle ACE = \angle BAC = 30^\circ$,

$$\therefore \angle BCD = 360^\circ - \angle ACB - \angle DCE - \angle ACE = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 5\angle ACE,$$

$$\therefore k = 5,$$

故 (4) 不正确,

综上, 正确的说法个数是 2 个.

故选: B.

【点评】 本题考查旋转的性质、三角形内角和以及外角性质、平行线的判定和性质等知识点, 解题关键是结合题目条件和图形, 正确运用以上知识点.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分. 不需写出解答过程, 只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置)

11. (2 分) 氢原子的半径约为 $0.00000000005m$, 用科学记数法表示氢原子的半径为 5×10^{-11}

$10^{-11} m$.

【分析】绝对值小于1的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负整数指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

【解答】解：用科学记数法把0.0000000005表示为 5×10^{-11} .

故答案为： 5×10^{-11} .

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

12. (2分) 若 $m - n = 1$ ， $mn = 2$ ，则 $(m - 2)(n + 2) = \underline{0}$.

【分析】先将 $(m - 2)(n + 2)$ 变形为 $mn + 2(m - n) - 4$ ，然后再整体代入计算即可.

【解答】解： $\because m - n = 1$ ， $mn = 2$ ，

$$\therefore (m - 2)(n + 2)$$

$$= mn + 2(m - n) - 4$$

$$= 2 + 2 - 4$$

$$= 0,$$

故答案为：0.

【点评】本题主要考查了代数式求值及多项式乘以多项式，将 $(m - 2)(n + 2)$ 变形为 $mn + 2(m - n) - 4$ 是求解本题的关键.

13. (2分) 若二次三项式 $x^2 - x + m$ 是一个完全平方式，则 $m = \underline{\frac{1}{4}}$.

【分析】根据完全平方公式即可求出答案.

【解答】解： $\because (x - \frac{1}{2})^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$ ，

$$\therefore m = \frac{1}{4},$$

故答案为： $\frac{1}{4}$

【点评】本题考查完全平方公式，解题的关键是熟练运用完全平方公式，本题属于基础题型.

14. (2分) 已知等腰三角形的两条边的长度分别为2和4，则它的周长为 10.

【分析】根据2和4可分别作等腰三角形的腰，结合三边关系定理，分别讨论求解.

【解答】解：当2为腰时，三边为2，2，4，由三角形三边关系定理可知，不能构成三角

形,

当4为腰时,三边为4,4,2,符合三角形三边关系定理,周长为:4+4+2=10.

故答案为:10.

【点评】本题考查了等腰三角形的性质,三角形三边关系定理.关键是根据2,4,分别作为腰,由三边关系定理,分类讨论.

15. (2分)《九章算术》是我国传统数学的重要著作,其中记载了一个数学问题:今有共买物,人出八,盈三;人出七,不足四,问物价为几何?译文:今有人合伙购物,每人出8钱,会多出3钱;每人出7钱,又会差4钱,问物价是多少?本题的结果是: 53钱.

【分析】设物价为 x 钱,人数为 y 人,根据“每人出8钱,会多出3钱;每人出7钱,又会差4钱”,即可得出关于 x, y 的二元一次方程组,解之即可得出结论.

【解答】解:设物价为 x 钱,人数为 y 人,

$$\text{依题意得: } \begin{cases} 8y - x = 3 \\ x - 7y = 4 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 53 \\ y = 7 \end{cases}$$

∴物价为53钱.

故答案为:53钱.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用以及数学常识,找准等量关系,正确列出二元一次方程组是解题的关键.

16. (2分)若 $2x+3y-6=0$,则 $4^{x-1} \times 8^y =$ 16.

【分析】根据题意可得 $2x+3y=6$,再根据幂的乘方和同底数幂相乘的逆运算,即可求解.

【解答】解:∵ $2x+3y-6=0$,

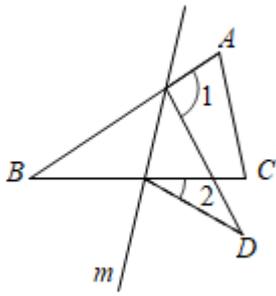
$$\therefore 2x+3y=6,$$

$$\therefore 4^{x-1} \times 8^y = 2^{2x-2} \times 2^{3y} = 2^{2x+3y-2} = 2^{6-2} = 2^4 = 16.$$

故答案为:16.

【点评】本题主要考查了幂的乘方和同底数幂相乘的逆运算,熟练掌握幂的乘方和同底数幂相乘的逆运算是解题的关键.

17. (2分)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=32^\circ$,将 $\triangle ABC$ 沿直线 m 翻折,点 B 落在点 D 的位置,则 $\angle 1 - \angle 2$ 的度数是 64 度.



【分析】由折叠的性质得到 $\angle D = \angle B = 32^\circ$ ，再利用外角性质即可求出所求角的度数.

【解答】解：如图所示：

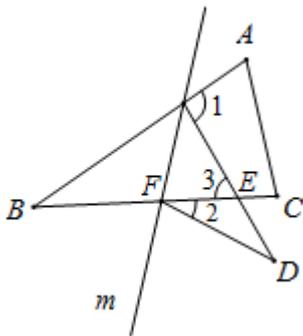
由折叠的性质得： $\angle D = \angle B = 32^\circ$ ，

根据外角性质得： $\angle 1 = \angle 3 + \angle B$ ， $\angle 3 = \angle 2 + \angle D$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2 + \angle D + \angle B = \angle 2 + 2\angle B = \angle 2 + 64^\circ$ ，

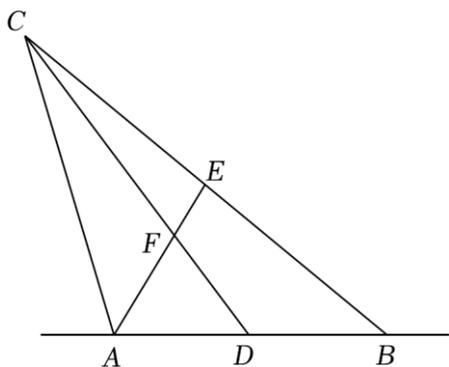
$\therefore \angle 1 - \angle 2 = 64^\circ$.

故答案为：64.



【点评】此题考查了翻折变换以及三角形外角性质的运用，熟练掌握折叠的性质是解本题的关键. 折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等.

18. (2分) 如图，点 C 为直线 AB 外一动点， $AB=5$ ，连接 CA 、 CB ，点 D 、 E 分别是 AB 、 BC 的中点，连接 AE 、 CD 交于点 F ，当四边形 $BEFD$ 的面积为 5 时，线段 AC 的长度的最小值为 6 .



【分析】 如图所示，连接 BF ，过点 C 作 CH 垂直于直线 AB 于 H ，根据三角形中线的性质只需要求出 $S_{\triangle ABC}=15$ ，从而求出 $CH=6$ ，即可利用点到直线的距离垂线段最短求解。

【解答】 解：如图所示，连接 BF ，过点 C 作 CH 垂直于直线 AB 于 H ，

$\because D、E$ 分别是 $AB、BC$ 的中点，

$$\therefore S_{\triangle ABE}=S_{\triangle ACE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ADC}=S_{\triangle BDC}, S_{\triangle AFD}=S_{\triangle BFD}, S_{\triangle CEF}=S_{\triangle BEF},$$

$$\therefore S_{\triangle CEF}+S_{\text{四边形}BDFE}=S_{\triangle CEF}+S_{\triangle ACF},$$

$$S_{\triangle AFD}+S_{\triangle CEF}=S_{\triangle BEF}+S_{\triangle BFD}=S_{\text{四边形}BDFE}=5,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}BDFE}=S_{\triangle ACF}=5,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ACF}+S_{\text{四边形}BDFE}+S_{\triangle AFD}+S_{\triangle CEF}=15,$$

$$\therefore \frac{1}{2}CH \cdot AB=15,$$

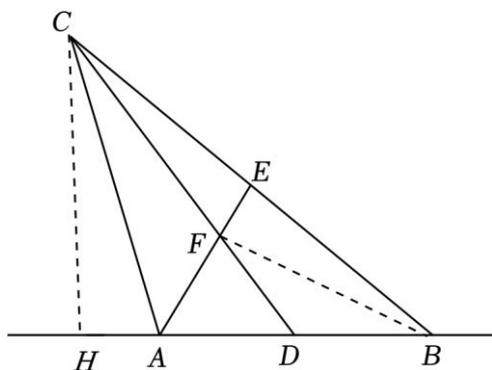
$$\therefore CH=6,$$

又 \because 点到直线的距离垂线段最短，

$$\therefore AC \geq CH=6,$$

$\therefore AC$ 的最小值为 6，

故答案为：6.



【点评】 本题主要考查了三角形中线的性质，点到直线的距离垂线段最短，正确作出辅助线是解题的关键。

三、解答题（本大题共 9 小题，共 54 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19.（4 分）计算：

$$(1) (-2)^2 - 2022^0 + 2^{-1};$$

$$(2) (-2a^2)^2 \cdot a^4 - 3a^{10} \div a^2.$$

【分析】（1）原式分别计算乘方，零指数幂以及负整数指数幂，然后再进行加减运算即可；

（2）先算积的乘方，再算乘除法，最后算加减法，由此顺序计算即可。

【解答】解：（1） $(-2)^2 - 2022^0 + 2^{-1}$

$$= 4 - 1 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{7}{2};$$

$$(2) (-2a^2)^2 \cdot a^4 - 3a^{10} \div a^2$$

$$= 4a^4 \cdot a^4 - 3a^8$$

$$= 4a^8 - 3a^8$$

$$= a^8.$$

【点评】此题考查整式的混合运算、零指数幂及负整数指数幂，掌握运算顺序与计算方法是解决问题的关键。

20.（4 分）因式分解：

$$(1) 2x^2 - 32;$$

$$(2) 2x^3y + 4x^2y^2 + 2xy^3.$$

【分析】（1）先提取公因式 2，再逆用平方差公式进行因式分解。

（2）先提取公因式 2xy，然后逆用完全平方公式进行因式分解。

【解答】解：（1） $2x^2 - 32$

$$= 2(x^2 - 16)$$

$$= 2(x+4)(x-4).$$

$$(2) 2x^3y + 4x^2y^2 + 2xy^3$$

$$= 2xy(x^2 + 2xy + y^2)$$

$$= 2xy(x+y)^2.$$

【点评】本题主要考查因式分解，熟练掌握提公因式法、公式法进行因式分解是解决本

题的关键.

21. (4分) 先化简, 再求值: $(x+y)^2 - 3x(x+y) + (x+2y)(x-2y)$, 其中 $x=1, y=-1$.

【分析】 先根据完全平方公式, 平方差公式, 单项式乘多项式法则计算整理, 再代入数值计算即可.

【解答】 解: 原式 $= x^2 + 2xy + y^2 - 3x^2 - 3xy + x^2 - 4y^2$
 $= -x^2 - xy - 3y^2;$

当 $x=1, y=-1$ 时,

原式 $= -1^2 - 1 \times (-1) - 3 \times (-1)^2$
 $= -1 + 1 - 3$
 $= -3.$

【点评】 本题主要考查了整式的化简求值, 掌握整式的计算法则和乘法公式是解题的关键.

22. (6分) 解方程组:

(1) $\begin{cases} y = x \\ y + 4x = 15 \end{cases};$

(2) $\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases};$

【分析】 (1) 利用代入消元法求解即可;

(2) 利用加减消元法求解即可.

【解答】 解: (1) $\begin{cases} y = x \text{ ①} \\ y + 4x = 15 \text{ ②} \end{cases},$

把①代入到②中得: $5x = 15$, 解得 $x = 3$,

把 $x = 3$ 代入到①得: $y = 3$,

\therefore 方程组的解为 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases};$

(2) $\begin{cases} 5x - 2y \text{ ①} \\ 2x - 3y = -5 \text{ ②} \end{cases},$

用① $\times 3 -$ ② $\times 2$ 得: $11x = 22$, 解得 $x = 2$,

把 $x = 2$ 代入到①得: $10 - 2y = 4$, 解得 $y = 3$,

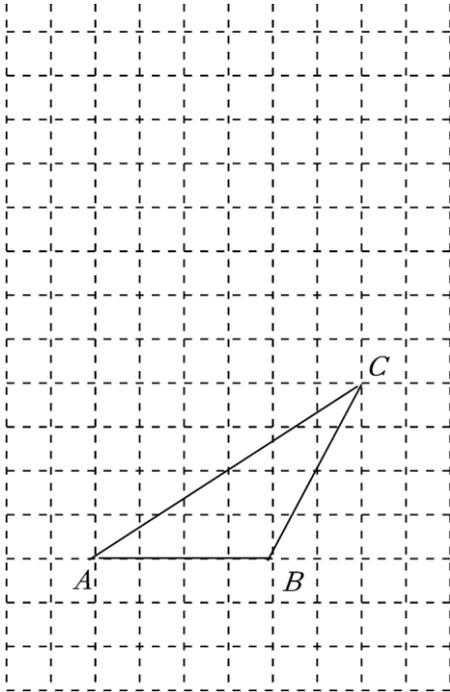
\therefore 方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}.$

【点评】 本题主要考查了解二元一次方程组, 熟知解二元一次方程组的方法是解题的关键.

23. (6分) 如图, 网格中每个小正方形边长为 1, $\triangle ABC$ 的顶点都在格点 (网格线的交点)

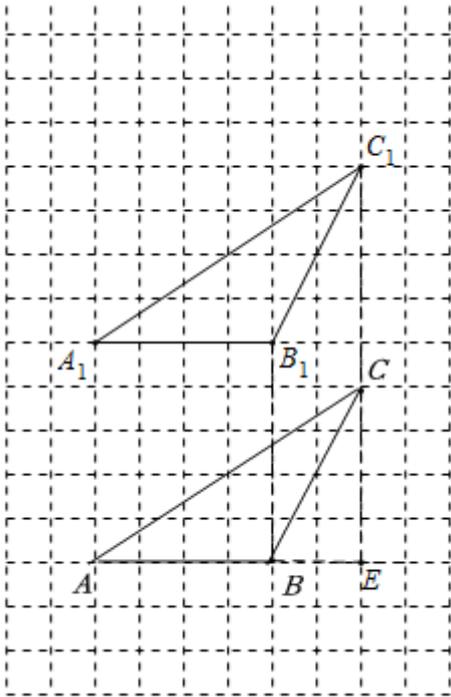
上. 将 $\triangle ABC$ 向上平移 5 格, 得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 利用网格画图.

- (1) 请在图中画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 作出 AB 边上的高 CE ;
- (3) BC 边在平移的过程中扫过的面积等于 10.



- 【分析】** (1) 将三个顶点向上平移 5 个单位, 再连接三个顶点即可.
- (2) 过点 C 作 $CE \perp AB$, 交 AB 的延长线于点 E , 即可得高 CE .
- (3) 连接 BB_1, CC_1 , 由题意可知, BC 边在平移的过程中扫过的图形为平行四边形 BB_1C_1C , 利用平行四边形的面积公式求解即可.

- 【解答】** 解: (1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.
- (2) 如图, CE 即为所求.



(3) 连接 BB_1 , CC_1 ,

根据题意可知, BC 边在平移的过程中扫过的图形为平行四边形 BB_1C_1C ,

平行四边形 BB_1C_1C 的面积为 $5 \times 2 = 10$.

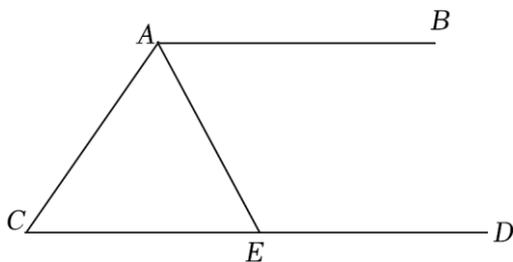
故答案为: 10.

【点评】 本题考查作图 - 平移变换、三角形的高, 熟练掌握平移的性质是解答本题的关键.

24. (6分) 如图, AE 平分 $\angle BAC$, $\angle CAE = \angle CEA$.

(1) 求证: $AB \parallel CD$;

(2) 若 $\angle C = 50^\circ$, 求 $\angle CEA$ 的度数.



【分析】 (1) 根据角平分线的定义得出 $\angle BAE = \angle CAE$, 求出 $\angle BAE = \angle CEA$, 再根据平行线的判定定理得出即可;

(2) 根据三角形内角和定理得出 $\angle CAE + \angle CEA = 180^\circ - \angle C = 130^\circ$, 再求出答案即可.

【解答】 解: (1) 证明: $\because AE$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle BAE = \angle CAE$,

$$\because \angle CAE = \angle CEA,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CEA,$$

$$\therefore AB \parallel CD;$$

$$(2) \because \angle C = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE + \angle CEA = 180^\circ - \angle C = 130^\circ,$$

$$\because \angle CAE = \angle CEA,$$

$$\therefore \angle CEA = \angle CAE = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ.$$

【点评】 本题考查了平行线的判定和性质，解决本题的关键是平行线的判定和性质的灵活运用，解题时注意与方程思想相结合.

25. (8分) 某货运公司有 A, B 两种型号的汽车, 用 2 辆 A 型车和 3 辆 B 型车装满货物一次可运货 13 吨; 用 3 辆 A 型车和 5 辆 B 型车装满货物一次可运货 21 吨. 某物流公司现有 25 吨货物, 计划同时租用 A 型车和 B 型车, 一次运完, 且恰好每辆车都装满货物.

(1) 一辆 A 型车和一辆 B 型车都装满货物分别可运货多少吨?

(2) 请你帮该物流公司设计可行的租车方案, 直接写出所有方案.

【分析】 (1) 设一辆 A 型车装满货物可运货 x 吨, 一辆 B 型车装满货物可运货 y 吨, 根据“用 2 辆 A 型车和 3 辆 B 型车装满货物一次可运货 13 吨; 用 3 辆 A 型车和 5 辆 B 型车装满货物一次可运货 21 吨”, 即可得出关于 x, y 的二元一次方程组, 解之即可得出结论;

(2) 设租用 A 型车 m 辆, B 型车 n 辆, 根据租用的两种型号的汽车一次可运货物 25 吨且恰好每辆车都装满货物, 即可得出关于 m, n 的二元一次方程, 结合 m, n 均为正整数, 即可得出各租车方案.

【解答】 解: (1) 设一辆 A 型车装满货物可运货 x 吨, 一辆 B 型车装满货物可运货 y 吨,

$$\text{依题意得: } \begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 3x + 5y = 21 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

答: 一辆 A 型车装满货物可运货 2 吨, 一辆 B 型车装满货物可运货 3 吨.

(2) 设租用 A 型车 m 辆, B 型车 n 辆,

$$\text{依题意得: } 2m + 3n = 25,$$

$$\therefore n = \frac{25 - 2m}{3},$$

又∵ m, n 均为正整数,

$$\therefore \begin{cases} m=2 \\ n=7 \end{cases} \text{或} \begin{cases} m=5 \\ n=5 \end{cases} \text{或} \begin{cases} m=8 \\ n=3 \end{cases} \text{或} \begin{cases} m=11 \\ n=1 \end{cases},$$

∴一共有4种租车方案,

方案1: 租用A型车2辆, B型车7辆;

方案2: 租用A型车5辆, B型车5辆;

方案3: 租用A型车8辆, B型车3辆;

方案4: 租用A型车11辆, B型车1辆.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用以及二元一次方程的应用, 解题的关键是:(1) 找准等量关系, 正确列出二元一次方程组;(2) 找准等量关系, 正确列出二元一次方程.

26. (8分) (1) 填空: $(a-b)(a+b) = \underline{a^2 - b^2}$; $(a-b)(a^2+ab+b^2) = \underline{a^3 - b^3}$; $(a-b)(a^3+a^2b+ab^2+b^3) = \underline{a^4 - b^4}$;

.....

(2) 猜想: $(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1}) = \underline{a^n - b^n}$; (其中 $n \geq 2$, n 是正整数).

(3) 应用:

利用(2)中猜想的结论, 解决下列问题

①把 $a^5 - b^5$ 写成含有因式 $(a-b)$ 的两个因式的乘积形式;

②简便计算: $3 \times (2^9 - 2^8 + 2^7 - 2^6 + 2^5 - 2^4 + 2^3 - 2^2 + 2 - 1)$.

【分析】(1) 根据乘法运算法则即可求解.

(2) 根据(1)中规律即可求解.

(3) ①根据(2)中的规律即可解答,

②根据 $3 = 2 - (-1)$, 再利用(2)中的规律即可解答.

【解答】解: (1) $(a-b)(a+b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$,

$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3$,

$(a-b)(a^3+a^2b+ab^2+b^3) = a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 - a^3b - a^2b^2 - ab^3 - b^4 = a^4 - b^4$,

故答案为: $a^2 - b^2$; $a^3 - b^3$; $a^4 - b^4$.

(2) $(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1}) = a^n - b^n$.

(3) ① $a^5 - b^5 = (a-b)(a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4)$.

② $3 \times (2^9 - 2^8 + 2^7 - 2^6 + 2^5 - 2^4 + 2^3 - 2^2 + 2 - 1) = [2 - (-1)] (2^9 - 2^8 + 2^7 - 2^6 + 2^5 - 2^4 + 2^3$

$$-2^2+2-1) = 2^{10} - 1.$$

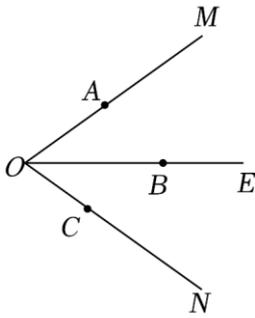
【点评】 本题考查了多项式乘多项式，熟记公式并灵活运用找出规律是解题的关键。多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另外一个多项式的每一项，再把所得的积相加。

27. (8分) 如图1，已知 $\angle MON=72^\circ$ ， OE 平分 $\angle MON$ ，点 A, B, C 分别是射线 OM, OE, ON 上异于点 O 的动点。

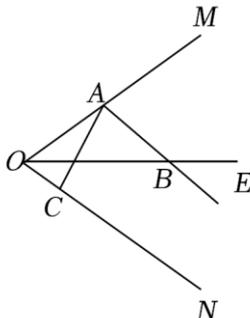
(1) 在图1中连接 AB ，若 $AB \parallel OC$ ，则 $\angle ABE$ 的度数为 144°；

(2) 如图2，连接 AC ，若射线 AB 平分 $\angle MAC$ ，则 $\angle ABO$ 与 $\angle ACO$ 的数量关系式是 $\angle ABO = \frac{1}{2} \angle ACO$ ；

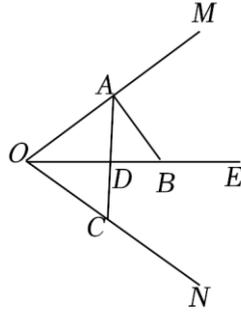
(3) 如图3，连接 AC 交射线 OE 于点 D （不与点 B 重合），当 $AB \perp OM$ 且 $\triangle ADB$ 中有两个角相等时，求 $\angle OAC$ 的度数。



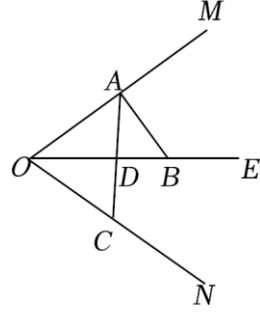
(图1)



(图2)



(图3)



(备用图)

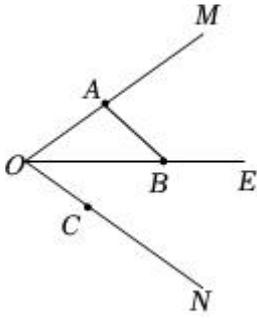
【分析】 (1) 根据角平分线的性质求得 $\angle BOC$ ，再根据平行线的性质求得 $\angle ABO$ ，再根据补角性质求得结果；

(2) $\angle ABO = \frac{1}{2} \angle ACO$. 理由如下：根据角平分线的定义及三角形的外角定理得 $\angle AOB = \frac{1}{2}$

$(\angle MAC - \angle AOC)$ 再由三角形外角定理得 $\angle ABO = \frac{1}{2} \angle ACO$ ；

(3) 由直角三角形的两锐角互余求得 $\angle ABO$ ，再分三种情况：当 $\angle ABD = \angle ADB$ 时；当 $\angle ABD = \angle BAD$ 时；当 $\angle ADB = \angle BAD$ 时。分别求得结果便可。

【解答】 解：(1) $\because \angle MON = 72^\circ$ ， OE 平分 $\angle MON$ ，



$$\therefore \angle AOB = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOC = 36^\circ,$$

$$\because AB \parallel OC,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle BOC = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = 180^\circ - \angle ABO = 144^\circ,$$

故答案为：144；

(2) $\angle ABO = \frac{1}{2} \angle ACO$. 理由如下：

$$\because OE \text{ 平分 } \angle MON, AB \text{ 平分 } \angle MAC,$$

$$\therefore \angle AOB = \frac{1}{2} \angle AOC, \quad \angle MAB = \frac{1}{2} \angle MAC,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle MAB - \angle AOB = \frac{1}{2} \angle MAC - \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} (\angle MAC - \angle AOC),$$

$$\because \angle MAC - \angle AOC = \angle ACO,$$

$$\therefore \angle ABO = \frac{1}{2} \angle ACO,$$

故答案为： $\angle ABO = \frac{1}{2} \angle ACO$ ；

$$(3) \because AB \perp OM,$$

$$\therefore \angle BAO = 90^\circ,$$

$$\because \angle AOB = \frac{1}{2} \angle AOC = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = 54^\circ,$$

当 $\angle ABD = \angle ADB$ 时， $\angle OAC = \angle ADB - \angle AOD = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$ ；

当 $\angle ABD = \angle BAD$ 时， $\angle OAC = 90^\circ - \angle BAD = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$ ；

当 $\angle ADB = \angle BAD$ 时， $\angle BAD = \frac{180^\circ - 54^\circ}{2} = 63^\circ$ ，

则 $\angle OAC = 90^\circ - \angle BAD = 27^\circ$ ；

当点 D 在点 B 的右侧时，同法可得 $\angle OAC = 117^\circ$ （不在射线 ON 上，舍去）。

故 $\angle OAC = 18^\circ$ 或 36° 或 27° 。

【点评】 本题考查的是平行线的性质，三角形的内角和定理和三角形的外角性质的应用，
注意：三角形的内角和等于 180° ，三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角之和.