

2022-2023 学年江苏省无锡市新吴区七年级（下）期中数学试卷

一、选择题（共 10 小题，共 30 分）

1. （3 分）下列汽车商标图案中，可以由一个“基本图案”通过连续平移得到的是（ ）



2. （3 分）下列运算正确的是（ ）

A. $a^3 \cdot a^3 = a^9$

B. $(-2a)^2 = -4a^2$

C. $(a^2)^4 = a^{12}$

D. $a^6 \div a^2 = a^4$

3. （3 分）已知三角形的两边长分别为 5cm 和 8cm ，则第三边的长可以是（ ）

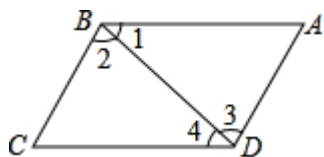
A. 2cm

B. 3cm

C. 6cm

D. 13cm

4. （3 分）如图，下列推理中正确的是（ ）



A. $\because \angle 1 = \angle 4, \therefore BC \parallel AD$

B. $\because \angle 2 = \angle 3, \therefore AB \parallel CD$

C. $\because \angle BCD + \angle ADC = 180^\circ, \therefore AD \parallel BC$

D. $\because \angle CBA + \angle C = 180^\circ, \therefore BC \parallel AD$

5. （3 分）下列各式从左到右的变形中，属于因式分解的（ ）

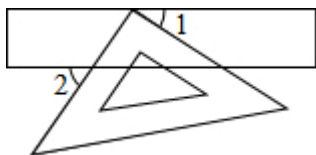
A. $x^2 - 4y^2 = (x+2y)(x-2y)$

B. $2x(x-3y) = 2x^2 - 6xy$

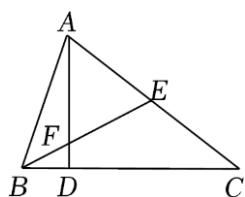
C. $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

D. $ax+bx+c = x(a+b)+c$

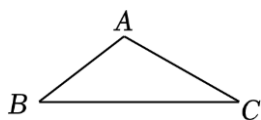
6. （3 分）如图，三角板的直角顶点落在矩形纸片的一边上．若 $\angle 1 = 35^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是（ ）



- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°
7. (3分) 如果 $x^2+2x-2=0$, 那么代数式 $x(x+2)+3$ 的值是 ()
- A. -5 B. 5 C. 3 D. -3
8. (3分) 已知 $2x+y=1$, 则 $4^x \times 2^y$ 的值为 ()
- A. 2 B. 4 C. 16 D. 32
9. (3分) 已知在 $x^2+mx-16=(x+a)(x+b)$ 中, a, b 为整数, 能使这个因式分解过程成立的 m 值的个数有 ()
- A. 4个 B. 5个 C. 8个 D. 10个
10. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=8$, $AC=10$, $CD=3BD$, 点 E 是 AC 的中点, BE 、 AD 交于点 F , 则四边形 $DCEF$ 的面积的最大值是 ()

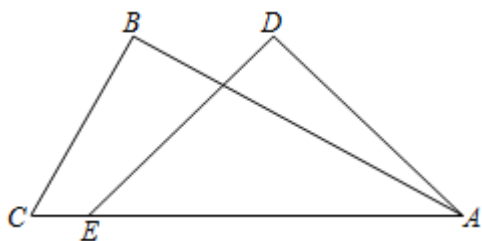


- A. 24 B. 22 C. 20 D. 18
- 二.填空题 (共8小题, 每空2分, 共16分)
11. (2分) 某种流感病毒的直径大约为 0.00000085 米, 用科学记数法表示为 米.
12. (2分) 已知 $x+y=2$, $x-y=4$, 则 $x^2-y^2=$ _____.
13. (2分) 已知 $a^m=6$, $a^n=2$, 则 $a^{m-n}=$ _____.
14. (2分) 如果一个多边形的内角和是其外角和的2倍还多 180° , 那么边数是 _____.
15. (2分) 已知关于 x 的代数式 x^2+ax+4 是完全平方式, 则 $a=$ _____.
16. (2分) 若 $(x+m)(x-4)$ 去括号后不含 x 的一次项, 则 m 的值为 _____.
17. (2分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=45^\circ$, $\angle C=30^\circ$, 点 D 在边 BC 上, 若 $\triangle ACD$ 是直角三角形, 则 $\angle BDA$ 的度数为 _____.



18. (2分) 一副直角三角尺叠放如图所示, 现将 45° 的三角尺 ADE 固定不动, 将含 30°

的三角尺 ABC 绕顶点 A 顺时针转动, 使两块三角尺的一组边互相平行, 则 $\angle CAE$ ($0^\circ < \text{旋转角} < 180^\circ$) 的度数可能等于 _____



三、解答题。

19. (12 分) 计算

(1) $(-2)^2 - (7 - \pi)^0 - (\frac{1}{3})^{-1}$;

(2) $2m^3 \cdot 3m - (2m^2)^2 + m^6 \div m^2$;

(3) $(a+1)^2 + (a+1)(a-2)$;

(4) $(x+y-1)(x-y-1)$.

20. (9 分) 因式分解:

(1) $x^2 - 4$;

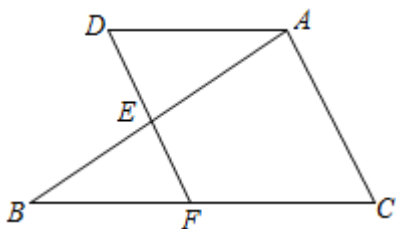
(2) $2mx^2 - 4mx + 2m$;

(3) $(y^2 - 1)^2 - 6(y^2 - 1) + 9$.

21. (6 分) 如图, 已知 $\angle DEB = 100^\circ$, $\angle BAC = 80^\circ$.

(1) 判断 DF 与 AC 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $\angle ADF = \angle C$, $\angle DAC = 120^\circ$, 求 $\angle B$ 的度数.



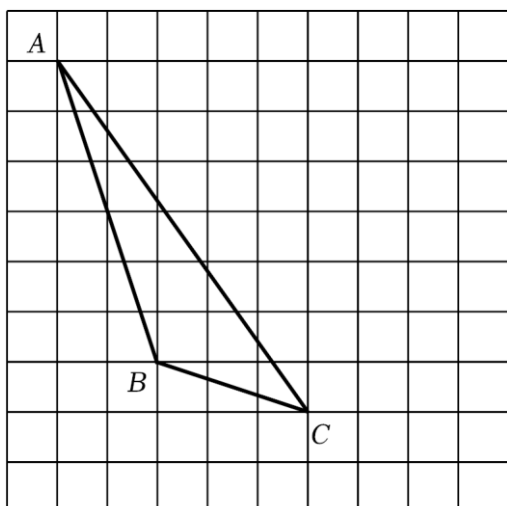
22. (4 分) 如图, 在方格纸内将 $\triangle ABC$ 水平向右平移 4 个单位得到 $\triangle A'B'C'$.

(1) 画出 $\triangle A'B'C'$;

(2) 若连接 AA' , BB' , 则这两条线段之间的关系是 _____;

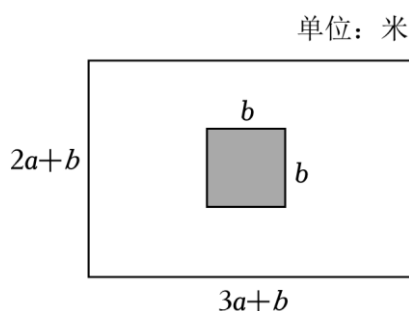
(3) 画出 AB 边上的中线 CD ; (利用网格点和直尺画图)

(4) 图中能使 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle PBC}$ 的格点 P 有 _____ 个 (点 P 异于点 A).



23. (5 分) 如图，有一块长 $(3a+b)$ 米，宽 $(2a+b)$ 米的长方形广场，园林部门要对阴影区域进行绿化，空白区域进行广场硬化，阴影部分是边长为 b 米的正方形。

- (1) 计算广场上需要硬化部分的面积；
- (2) 若 $a=30$ ， $b=10$ ，求硬化部分的面积。



24. (8 分) 先阅读下面的内容，再解决问题：

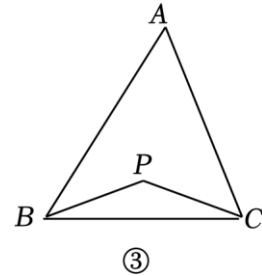
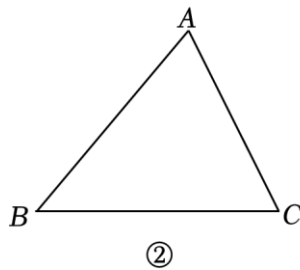
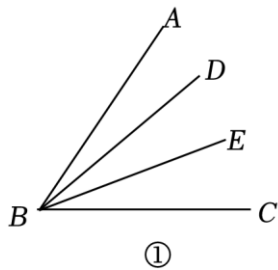
问题：对于形如 $x^2+2xa+a^2$ ，这样的二次三项式，可以用公式法将它分解成 $(x+a)^2$ 的形式。但对于二次三项式 $x^2+2xa-3a^2$ ，就不能直接运用公式了。此时，我们可以在二次三项式 $x^2+2xa-3a^2$ 中先加上一项 a^2 ，使它与 x^2+2xa 的和成为一个完全平方式，再减去 a^2 ，整个式子的值不变，于是有： $x^2+2xa-3a^2=(x^2+2xa+a^2)-a^2-3a^2=(x+a)^2-4a^2=(x+a)^2-(2a)^2=(x+3a)(x-a)$ 像这样，先添一适当项，使式中出现完全平方式，再减去这个项，使整个式子的值不变的方法称为“配方法”。利用“配方法”，解决下列问题：

- (1) 分解因式： a^2-6a+5 ；
 - (2) 若 $a^2+b^2-12a-6b+45+|\frac{1}{2}m-c|=0$ ；
- ①当 a, b, m 满足条件： $2^a \times 4^b = 8^m$ 时，求 m 的值；

②若 $\triangle ABC$ 的三边长是 a, b, c ，且 c 边的长为奇数，求 $\triangle ABC$ 的周长.

25. (10分) 概念认识

如图①，在 $\angle ABC$ 中，若 $\angle ABD = \angle DBE = \angle EBC$ ，则 BD, BE 叫做 $\angle ABC$ 的“三分线”. 其中， BD 是“邻 AB 三分线”， BE 是“邻 BC 三分线”.



【问题解决】

(1) 如图①， $\angle ABC = 60^\circ$ ， BD, BE 是 $\angle ABC$ 的“三分线”，则 $\angle ABE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；

(2) 如图②，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 48^\circ$ ，若 $\angle B$ 的三分线 BD 交 AC 于点 D ，则 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；

(3) 如图③，在 $\triangle ABC$ 中， BP, CP 分别是 $\angle ABC$ 邻 BC 三分线和 $\angle ACB$ 邻 BC 三分线，且 $\angle BPC = 140^\circ$ ，求 $\angle A$ 的度数；

(4) 【延伸推广】

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角， $\angle B$ 的三分线所在的直线与 $\angle ACD$ 的三分线所在的直线交于点 P . 若 $\angle A = m^\circ$ ， $\angle B = n^\circ$ ，直接写出 $\angle BPC$ 的度数. (用含 m, n 的代数式表示)

2022-2023 学年江苏省无锡市新吴区七年级（下）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，共 30 分）

1. （3 分）下列汽车商标图案中，可以由一个“基本图案”通过连续平移得到的是（ ）



【分析】根据旋转变换，平移变换，轴对称变换对各选项分析判断后利用排除法求解．

【解答】解：A、可以由一个“基本图案”旋转得到，故本选项错误；

B、是轴对称图形，不是基本图案的组合图形，故本选项错误可以由一个“基本图案”平移得到，故把本选项正确；

C、是轴对称图形，不是基本图案的组合图形，故本选项错误；

D、是轴对称图形，不是基本图案的组合图形，故本选项错误．

故选：B．

【点评】本题考查的是利用平移设计图案，熟知图形的平移只改变图形的位置，而不改变图形的形状和大小是解答此题的关键．

2. （3 分）下列运算正确的是（ ）

A. $a^3 \cdot a^3 = a^9$

B. $(-2a)^2 = -4a^2$

C. $(a^2)^4 = a^{12}$

D. $a^6 \div a^2 = a^4$

【分析】利用同底数幂的除法的法则，同底数幂的乘法的法则，幂的乘方与积的乘方的法则对各项进行运算即可．

【解答】解：A、 $a^3 \cdot a^3 = a^6$ ，故 A 不符合题意；

B、 $(-2a)^2 = 4a^2$ ，故 B 不符合题意；

C、 $(a^2)^4 = a^8$ ，故 C 不符合题意；

D、 $a^6 \div a^2 = a^4$ ，故 D 符合题意；

故选：D．

【点评】本题主要考查同底数幂的除法，幂的乘方与积的乘方，同底数幂的乘法，解答的关键是对相应的运算法则的掌握．

3. (3分) 已知三角形的两边长分别为 5cm 和 8cm , 则第三边的长可以是 ()

- A. 2cm B. 3cm C. 6cm D. 13cm

【分析】由三角形的两边长分别为 5cm 和 8cm , 可得第三边 x 的长度范围即可得出答案.

【解答】解: $\because$ 三角形的两边长分别为 5cm 和 8cm ,

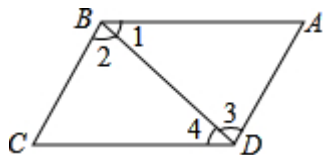
$\therefore$ 第三边 x 的长度范围为: $3\text{cm} < x < 13\text{cm}$,

$\therefore$ 第三边的长度可能是: 6cm .

故选: C.

【点评】此题考查了三角形的三边关系. 注意已知三角形的两边, 则第三边的范围是: 大于已知的两边的差, 而小于两边的和.

4. (3分) 如图, 下列推理中正确的是 ()



- A. $\because \angle 1 = \angle 4, \therefore BC \parallel AD$
B. $\because \angle 2 = \angle 3, \therefore AB \parallel CD$
C. $\because \angle BCD + \angle ADC = 180^\circ, \therefore AD \parallel BC$
D. $\because \angle CBA + \angle C = 180^\circ, \therefore BC \parallel AD$

【分析】结合图形分析相等或互补的两角之间的关系, 根据平行线的判定方法判断.

【解答】解: A、 $\because \angle 1 = \angle 4, \therefore AB \parallel CD$, 故选项错误;

B、 $\because \angle 2 = \angle 3, \therefore BC \parallel AD$, 故选项错误;

C、 $\because \angle BCD + \angle ADC = 180^\circ, \therefore AD \parallel BC$, 故选项正确;

D、 $\because \angle CBA + \angle C = 180^\circ, \therefore AB \parallel CD$, 故选项错误.

故选: C.

【点评】考查了平行线的判定, 正确识别“三线八角”中的同位角、内错角、同旁内角是正确答题的关键, 不能遇到相等或互补关系的角就误认为具有平行关系, 只有同位角相等、内错角相等、同旁内角互补, 才能推出两被截直线平行.

5. (3分) 下列各式从左到右的变形中, 属于因式分解的 ()

- A. $x^2 - 4y^2 = (x+2y)(x-2y)$
B. $2x(x-3y) = 2x^2 - 6xy$
C. $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

D. $ax+bx+c=x(a+b)+c$

【分析】根据因式分解的定义判断即可.

【解答】解：A. $x^2-4y^2=(x+2y)(x-2y)$ ，从左边到右边的变形属于因式分解，故本选项符合题意；

B. $2x(x-3y)=2x^2-6xy$ ，从左边到右边的变形是整式乘法计算，不属于因式分解，故本选项不符合题意；

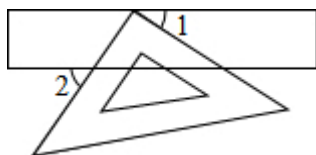
C. $(x+2)^2=x^2+4x+4$ ，从左边到右边的变形是整式乘法计算，不属于因式分解，故本选项不符合题意；

D. $ax+bx+c=x(a+b)+c$ ，等式的右边不是几个整式的积的形式，不属于因式分解，故本选项不符合题意；

故选：A.

【点评】本题考查了因式分解的定义和因式分解的方法，能熟记因式分解的定义是解此题的关键，注意：把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫因式分解.

6. (3分) 如图，三角板的直角顶点落在矩形纸片的一边上. 若 $\angle 1=35^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 35°

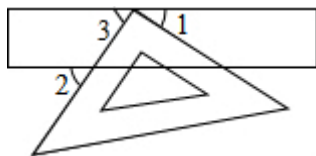
B. 45°

C. 55°

D. 65°

【分析】求出 $\angle 3$ 即可解决问题；

【解答】解：



$$\because \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ, \angle 1 = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 55^\circ,$$

故选：C.

【点评】此题考查了平行线的性质. 两直线平行，同位角相等的应用是解此题的关键.

7. (3分) 如果 $x^2+2x-2=0$ ，那么代数式 $x(x+2)+3$ 的值是 ()

A. -5

B. 5

C. 3

D. -3

【分析】由已知条件可得： $x^2+2x=2$ ，把所求的式子进行整理，再整体代入运算即可.

【解答】解： $\because x^2+2x-2=0$,

$$\therefore x^2+2x=2,$$

$$\therefore x(x+2)+3$$

$$=x^2+2x+3$$

$$=2+3$$

$$=5.$$

故选：B.

【点评】本题主要考查单项式乘多项式，解答的关键是对相应的运算法则的掌握.

8. (3分) 已知 $2x+y=1$ ，则 $4^x \times 2^y$ 的值为 ()

A. 2

B. 4

C. 16

D. 32

【分析】根据幂的乘方与积的乘方，同底数幂的乘法法则进行计算，即可解答.

【解答】解： $\because 2x+y=1$,

$$\therefore 4^x \times 2^y = (2^2)^x \times 2^y$$

$$=2^{2x} \times 2^y$$

$$=2^{2x+y}$$

$$=2^1$$

$$=2.$$

故选：A.

【点评】本题考查了幂的乘方与积的乘方，同底数幂的乘法，掌握幂的乘方与积的乘方，同底数幂的乘法的运算法则是解题的关键.

9. (3分) 已知在 $x^2+mx-16=(x+a)(x+b)$ 中， a, b 为整数，能使这个因式分解过程成立的 m 值的个数有 ()

A. 4个

B. 5个

C. 8个

D. 10个

【分析】 $-16=-1 \times 16=-2 \times 8=-4 \times 4=4 \times (-4)=2 \times (-8)=1 \times (-16)=a \times b$, $m=a+b$, m 的取值有五种可能.

【解答】解： $\because -16=-1 \times 16=-2 \times 8=-4 \times 4=4 \times (-4)=2 \times (-8)=1 \times (-16)=a \times b$,

$$\therefore m=a+b=-1+16 \text{ 或 } -2+8 \text{ 或 } -4+4 \text{ 或 } 4+(-4) \text{ 或 } 2+(-8) \text{ 或 } 1+(-16),$$

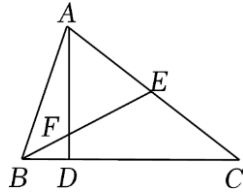
即 $m = \pm 15$ 或 ± 6 或 0 .

则 m 的可能值的个数为 5 ,

故选: B .

【点评】本题考查的是二次三项式的因式分解, 掌握十字相乘法是解题的关键.

10. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=8$, $AC=10$, $CD=3BD$, 点 E 是 AC 的中点, BE 、 AD 交于点 F , 则四边形 $DCEF$ 的面积的最大值是 ()



- A. 24 B. 22 C. 20 D. 18

【分析】连接 CF , 设 $S_{\triangle BFD} = a$, 由三角形面积公式可得 $S_{\triangle CFD} = 3a$, $S_{\triangle ADC} = 3S_{\triangle ABD}$, 由点 E 是 AC 的中点, 得 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle CBE}$, $S_{\triangle AFE} = S_{\triangle CEF}$, 进而得 $S_{\triangle ABF} = S_{\triangle CBF} = 4a$, $S_{\triangle ABD} = 5a$, $S_{\triangle ADC} = 15a$, $S_{\triangle AFC} = 12a$, $S_{\triangle ABC} = 20a$, $S_{\triangle EFC} = 6a$, 得出 $S_{\text{四边形 } DCEF} = 9a$, 通过讨论 $\triangle ABC$ 的面积最大值得四边形 $DCEF$ 的面积最大值.

【解答】解: 连接 CF ,

设 $S_{\triangle BFD} = a$,

$\because CD = 3BD$,

$\therefore S_{\triangle CFD} = 3a$, $S_{\triangle ADC} = 3S_{\triangle ABD}$,

$\because$ 点 E 是 AC 的中点,

$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle CBE}$, $S_{\triangle AFE} = S_{\triangle CEF}$,

$\therefore S_{\triangle ABF} = S_{\triangle CBF} = 4a$,

$\therefore S_{\triangle ABD} = 5a$,

$\therefore S_{\triangle ADC} = 15a$,

$\therefore S_{\triangle AFC} = 12a$, $S_{\triangle ABC} = 20a$,

$\therefore S_{\triangle EFC} = 6a$,

$\therefore S_{\text{四边形 } DCEF} = 9a$,

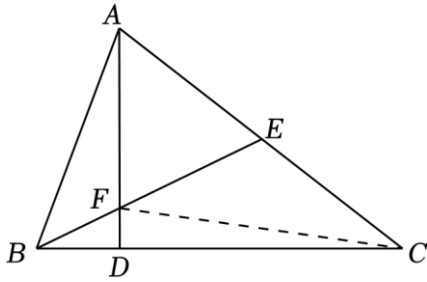
$\therefore S_{\text{四边形 } DCEF} = \frac{9}{20} S_{\triangle ABC}$,

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=8$, $AC=10$,

$\therefore S_{\triangle ABC} \text{ 的最大值} = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 = 40$,

∴ 四边形 $DCEF$ 的面积的最大值是 18,

故选: D .



【点评】本题考查了三角形的面积, 已知两边三角形面积的最大值等知识, 解题关键是理解运用同高的两个三角形面积之比等于底边之比.

二. 填空题 (共 8 小题, 每空 2 分, 共 16 分)

11. (2 分) 某种流感病毒的直径大约为 0.00000085 米, 用科学记数法表示为 8.5×10^{-7} 米.

【分析】确定所有零的个数 n , 省略所有的零, 把小数点点在第一个非零数字的右边, 得到 a , 把小数写成 $a \times 10^{-n}$ 即可.

【解答】解: $0.00000085 = 8.5 \times 10^{-7}$.

故答案为: 8.5×10^{-7} .

【点评】本题考查了小于 1 的数的科学记数法, 熟练掌握 a , 指数的确定方法是解题的关键.

12. (2 分) 已知 $x+y=2$, $x-y=4$, 则 $x^2-y^2=$ 8.

【分析】把 x^2-y^2 分解因式, 然后把已知条件代入计算.

【解答】解: $\because x+y=2$, $x-y=4$,

$$\therefore x^2-y^2 = (x+y)(x-y)$$

$$= 2 \times 4$$

$$= 8,$$

故答案为: 8.

【点评】本题主要考查了平方差公式, 熟练应用平方差公式是解题关键.

13. (2 分) 已知 $a^m=6$, $a^n=2$, 则 $a^{m-n}=$ 3.

【分析】根据同底数幂的除法法则的逆用计算即可, 同底数幂的除法法则: 同底数幂相除, 底数不变, 指数相减.

【解答】解: $\because a^m=6$, $a^n=2$,

$$\therefore a^{m-n} = a^m \div a^n = 6 \div 2 = 3.$$

故答案为：3.

【点评】本题主要考查了同底数幂的除法，熟练掌握幂的运算法则是解答本题的关键.

14. (2分) 如果一个多边形的内角和是其外角和的2倍还多 180° ，那么边数是 7.

【分析】设这个多边形的边数是 n ，根据一个多边形的内角和是其外角和的2倍还多 180° 得到方程，从而求出边数.

【解答】解：根据题意，得

$$(n-2) \cdot 180 = 360 \times 2 + 180,$$

解得 $n=7$.

则这个多边形的边数是7.

故答案为：7.

【点评】此题考查了多边形内角与外角，此题要结合多边形的内角和公式寻求等量关系，构建方程即可求解.

15. (2分) 已知关于 x 的代数式 x^2+ax+4 是完全平方式，则 $a=$ ± 4 .

【分析】根据完全平方公式即可求出答案.

【解答】解： $\because x^2+ax+4=x^2+ax+2^2$ ，且关于 x 的代数式 x^2+ax+4 是完全平方式，

$$\therefore a = \pm 2 \times 2, \text{ 即 } a = \pm 4.$$

故答案为： ± 4 .

【点评】本题考查了对完全平方式的应用，注意：完全平方式有 $a^2+2ab+b^2$ 和 $a^2-2ab+b^2$ 两个.

16. (2分) 若 $(x+m)(x-4)$ 去括号后不含 x 的一次项，则 m 的值为 4.

【分析】先利用多项式乘多项式法则算乘法，再根据去括号后不含 x 的一次项得关于 m 的方程，求解即可.

【解答】解： $(x+m)(x-4) = x^2 + (m-4)x - 4m$.

$\because$ 积去括号后不含 x 的一次项，

$$\therefore m-4=0.$$

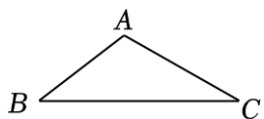
$$\therefore m=4.$$

故答案为：4.

【点评】本题主要考查了整式的乘法，掌握多项式乘多项式法则是解决本题的关键.

17. (2分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=45^\circ$ ， $\angle C=30^\circ$ ，点 D 在边 BC 上，若 $\triangle ACD$ 是直

角三角形，则 $\angle BDA$ 的度数为 120° 或 90° .

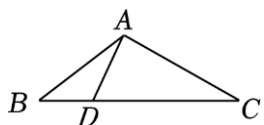


【分析】分 $\angle DAC=90^\circ$ 、 $\angle ADC=90^\circ$ 两种情况，根据三角形的外角性质、邻补角的概念计算即可.

【解答】解：当 $\angle DAC=90^\circ$ 时，如图， $\angle BDA=\angle DAC+\angle C=120^\circ$,

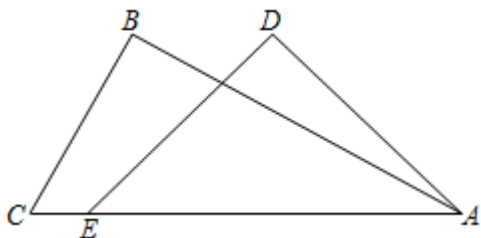
当 $\angle ADC=90^\circ$ 时， $\angle BDA=180^\circ - \angle ADC=90^\circ$,

故答案为： 120° 或 90° .



【点评】本题考查的是三角形的外角性质，掌握三角形的外角性质、灵活运用分情况讨论思想是解题的关键.

18. (2 分) 一副直角三角尺叠放如图所示，现将 45° 的三角尺 ADE 固定不动，将含 30° 的三角尺 ABC 绕顶点 A 顺时针转动，使两块三角尺的一组边互相平行，则 $\angle CAE$ ($0^\circ < \text{旋转角} < 180^\circ$) 的度数可能等于 15° 或 60° 或 105° 或 135°



【分析】分四种情况进行讨论，分别依据平行线的性质进行计算即可得到 $\angle CAE$ 的度数.

【解答】解：如图 2，当 $BC \parallel DE$ 时， $\angle CAE=45^\circ - 30^\circ =15^\circ$;

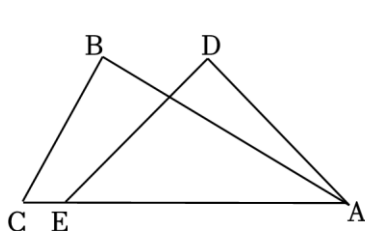


图1

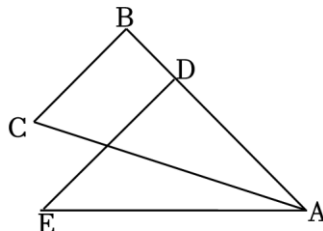
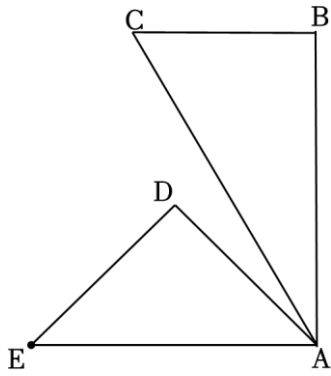
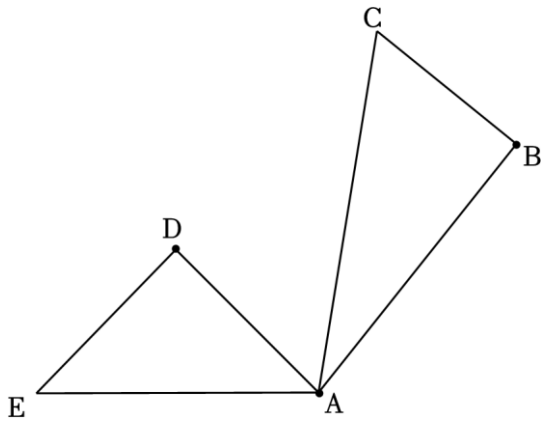


图2

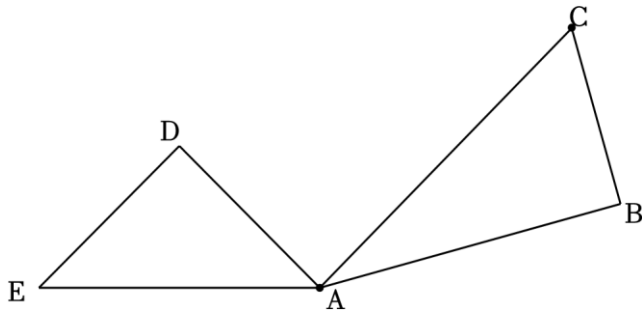
如图，当 $AE \parallel BC$ 时， $\angle CAE=90^\circ - 30^\circ =60^\circ$;



如图，当 $DE \parallel AB$ （或 $AD \parallel BC$ ）时， $\angle CAE = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$ ；



如图，当 $DE \parallel AC$ 时， $\angle CAE = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$ 。



综上所述，旋转后两块三角板至少有一组边平行，则 $\angle CAE$ ($0^\circ < \angle CAE < 180^\circ$) 其它所有可能符合条件的度数为 60° 或 105° 或 135° 。

故答案为： 15° 或 60° 或 105° 或 135° 。

【点评】 本题考查的是平行线的判定与性质，根据题意画出图形，利用平行线的性质及直角三角板的性质求解是解答此题的关键。

三、解答题。

19. (12 分) 计算

(1) $(-2)^2 - (7 - \pi)^0 - (\frac{1}{3})^{-1}$;

(2) $2m^3 \cdot 3m - (2m^2)^2 + m^6 \div m^2$;

$$(3) (a+1)^2 + (a+1)(a-2);$$

$$(4) (x+y-1)(x-y-1).$$

【分析】(1) 先算乘方，零指数幂，负整数指数幂，再算加减即可；

(2) 先算单项式乘单项式，积的乘方，同底数幂的除法，再合并同类项即可；

(3) 先算完全平方，多项式乘多项式，再合并同类项即可；

(4) 利用平方差公式及完全平方公式进行运算较简便.

【解答】解：(1) $(-2)^2 - (7-\pi)^0 - (\frac{1}{3})^{-1}$

$$= 4 - 1 - 3$$

$$= 0;$$

$$(2) 2m^3 \cdot 3m - (2m^2)^2 + m^6 \div m^2$$

$$= 6m^4 - 4m^4 + m^4$$

$$= 3m^4;$$

$$(3) (a+1)^2 + (a+1)(a-2)$$

$$= a^2 + 2a + 1 + a^2 - a - 2$$

$$= 2a^2 + a - 1;$$

$$(4) (x+y-1)(x-y-1)$$

$$= [(x-1)+y][(x-1)-y]$$

$$= (x-1)^2 - y^2$$

$$= x^2 - 2x + 1 - y^2.$$

【点评】本题主要考查整式的混合运算，解答的关键是对相应的运算法则的掌握.

20. (9分) 因式分解:

$$(1) x^2 - 4;$$

$$(2) 2mx^2 - 4mx + 2m;$$

$$(3) (y^2 - 1)^2 - 6(y^2 - 1) + 9.$$

【分析】(1) 直接用平方差公式分解；

(2) 先提取公因式，再利用完全平方公式分解；

(3) 先利用完全平方公式，再利用平方差公式分解.

【解答】解：(1) $x^2 - 4 = (x+2)(x-2);$

$$(2) 2mx^2 - 4mx + 2m$$

$$=2m(x^2-2x+1)$$

$$=2m(x-1)^2;$$

$$(3) (y^2-1)^2-6(y^2-1)+9$$

$$=(y^2-1-3)^2$$

$$=(y^2-4)^2$$

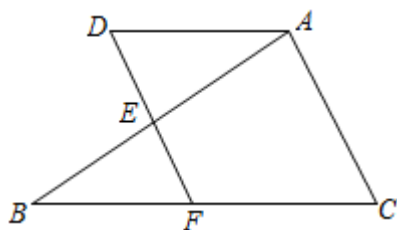
$$=(y+2)^2(y-2)^2.$$

【点评】本题考查了整式的因式分解，掌握因式分解的提公因式法和公式法是解决本题的关键.

21. (6分) 如图，已知 $\angle DEB=100^\circ$ ， $\angle BAC=80^\circ$.

(1) 判断 DF 与 AC 的位置关系，并说明理由；

(2) 若 $\angle ADF=\angle C$ ， $\angle DAC=120^\circ$ ，求 $\angle B$ 的度数.



【分析】(1) 利用对顶角的性质可得 $\angle AEF=\angle DEB=100^\circ$ ，由 $\angle BAC=80^\circ$ ，可得 $\angle AEF+\angle BAC=180^\circ$ ，利用“同旁内角互补，两直线平行”可得 $DF\parallel AC$ ；

(2) 由 $\angle ADF=\angle C$ ，易得 $\angle BFD=\angle ADF$ ，由平行线的判定定理和性质定理易得结果.

【解答】解：(1) $DF\parallel AC$.

理由： $\because \angle DEB=100^\circ$ ，

$$\therefore \angle AEF=\angle DEB=100^\circ，$$

$$\because \angle BAC=80^\circ，$$

$$\therefore \angle AEF+\angle BAC=180^\circ，$$

$$\therefore DF\parallel AC;$$

$$(2) \because DF\parallel AC,$$

$$\therefore \angle BFD=\angle C,$$

$$\because \angle ADF=\angle C,$$

$$\therefore \angle BFD=\angle ADF,$$

$$\therefore AD\parallel BC,$$

$$\therefore \angle B = \angle BAD,$$

$$\because \angle DAC = 120^\circ, \angle BAC = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle DAC - \angle BAC = 120^\circ - 80^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 40^\circ.$$

【点评】本题主要考查了平行线的判定定理和性质定理，综合运用定理是解答此题的关键.

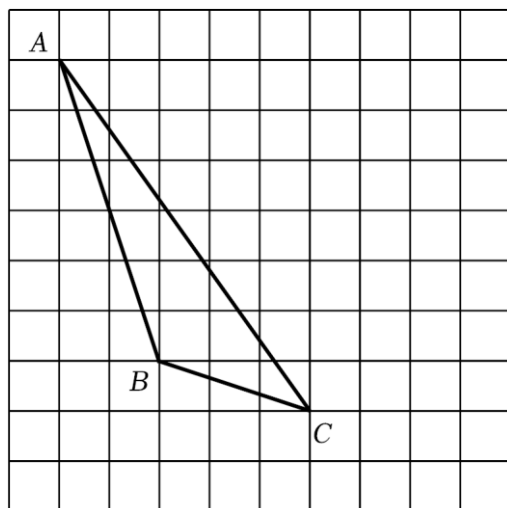
22. (4分) 如图，在方格纸内将 $\triangle ABC$ 水平向右平移4个单位得到 $\triangle A'B'C'$.

(1) 画出 $\triangle A'B'C'$;

(2) 若连接 AA' ， BB' ，则这两条线段之间的关系是 平行且相等;

(3) 画出 AB 边上的中线 CD ；(利用网格点和直尺画图)

(4) 图中能使 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle PBC}$ 的格点 P 有 3个(点 P 异于点 A).



【分析】(1) 根据平移的性质作图即可.

(2) 由平移可知， $AA' = BB'$ ，且 $AA' \parallel BB'$.

(3) 利用网格取 AB 的中点 D ，连接 CD 即可.

(4) 利用网格，过点 A 作 BC 的平行线，所经过的格点即为满足条件的点 P ，从而可得答案.

【解答】解：(1) 如图， $\triangle A'B'C'$ 即为所求.

(2) 由平移可得， $AA' = BB'$ ，且 $AA' \parallel BB'$.

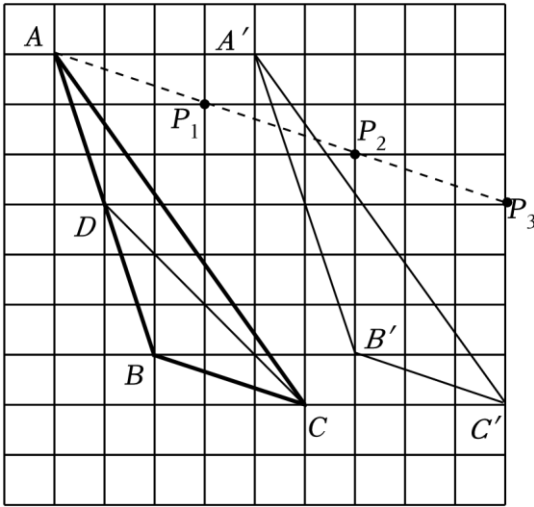
故答案为：平行且相等.

(3) 如图， CD 即为所求.

(4) 如图，过点 A 作 BC 的平行线，所经过的格点 P_1, P_2, P_3 即为满足条件的点 P ，共

有 3 个.

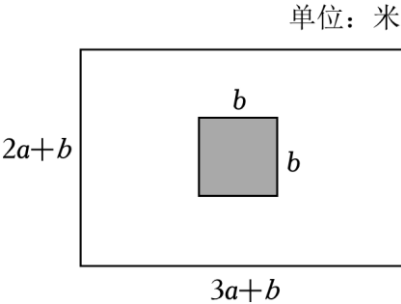
故答案为: 3.



【点评】 本题考查作图 - 平移变换、三角形的中线、平行线的性质, 熟练掌握平移的性质以及平行线的性质是解答本题的关键.

23. (5 分) 如图, 有一块长 $(3a+b)$ 米, 宽 $(2a+b)$ 米的长方形广场, 园林部门要对阴影区域进行绿化, 空白区域进行广场硬化, 阴影部分是边长为 b 米的正方形.

- (1) 计算广场上需要硬化部分的面积;
- (2) 若 $a=30$, $b=10$, 求硬化部分的面积.



【分析】 (1) 由题意可知空白部分的面积 = 长方形的面积 - 阴影部分的面积. 长方形的面积是长 $\times$ 宽, 即 $(3a+b)(2a+b)$; 阴影部分是正方形, 其面积是 b^2 , 所以空白部分的面积是 $(2a+b)(3a+b) - b^2$;

(2) 将 a, b 的数值代入 (1) 题中的代数式求值即可.

【解答】 解: (1) 根据题意, 广场上需要硬化部分的面积是:

$$\begin{aligned}
 & (2a+b)(3a+b) - b^2 \\
 &= 6a^2 + 2ab + 3ab + b^2 - b^2 \\
 &= 6a^2 + 5ab,
 \end{aligned}$$

答：广场上需要硬化部分的面积是 $(6a^2+5ab)m^2$.

(2) 把 $a=30$, $b=10$ 代入,

$$6a^2+5ab=6\times 30^2+5\times 30\times 10=6900 \quad (m^2).$$

答：广场上需要硬化部分的面积是 $6900m^2$.

【点评】 本题考查多项式乘多项式在几何图形中的应用. 图中空白部分的面积不方便直接求出, 可通过间接求面积法获得, 这种方法在很多几何图形求面积的题目中应用广泛, 需重点把握.

24. (8分) 先阅读下面的内容, 再解决问题:

问题: 对于形如 $x^2+2xa+a^2$, 这样的二次三项式, 可以用公式法将它分解成 $(x+a)^2$ 的形式. 但对于二次三项式 $x^2+2xa-3a^2$, 就不能直接运用公式了. 此时, 我们可以在二次三项式 $x^2+2xa-3a^2$ 中先加上一项 a^2 , 使它与 x^2+2xa 的和成为一个完全平方式, 再减去 a^2 , 整个式子的值不变, 于是有: $x^2+2xa-3a^2=(x^2+2xa+a^2)-a^2-3a^2=(x+a)^2-4a^2=(x+a)^2-(2a)^2=(x+3a)(x-a)$ 像这样, 先添一适当项, 使式中出现完全平方式, 再减去这个项, 使整个式子的值不变的方法称为“配方法”. 利用“配方法”, 解决下列问题:

(1) 分解因式: a^2-6a+5 ;

(2) 若 $a^2+b^2-12a-6b+45+|\frac{1}{2}m-c|=0$;

①当 a, b, m 满足条件: $2^a \times 4^b = 8^m$ 时, 求 m 的值;

②若 $\triangle ABC$ 的三边长是 a, b, c , 且 c 边的长为奇数, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

【分析】 (1) 根据题目中的例子, 可以对题目中的式子分解因式;

(2) ①根据题目中的式子, 利用配方法可以求得 a, b 的值, 从而可以求得 m 的值;

②根据①中 a, b 的值和题意可以求得 $\triangle ABC$ 的周长.

【解答】 解: (1) $a^2-6a+5=(a^2-6a+9)-4=(a-3)^2-2^2=(a-1)(a-5)$;

$$(2) \text{ ①} \because a^2+b^2-12a-6b+45+|\frac{1}{2}m-c|=0,$$

$$\therefore (a^2-12a+36)+(b^2-6b+9)+|\frac{1}{2}m-c|=0,$$

$$\therefore (a-6)^2+(b-3)^2+|\frac{1}{2}m-c|=0,$$

$$\therefore a-6=0, b-3=0,$$

解得, $a=6, b=3$,

$$\because 2^a \times 4^b = 8^m,$$

$$\therefore 2^6 \times 4^3 = 8^m,$$

$$\therefore 2^6 \times 2^6 = 2^{3m},$$

$$\therefore 2^{12} = 2^{3m},$$

$$\therefore 12 = 3m,$$

解得, $m=4$;

②由①知, $a=6$, $b=3$,

$\because \triangle ABC$ 的三边长是 a , b , c ,

$$\therefore 3 < c < 9,$$

又 $\because c$ 边的长为奇数,

$$\therefore c=5, 7,$$

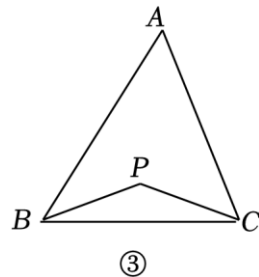
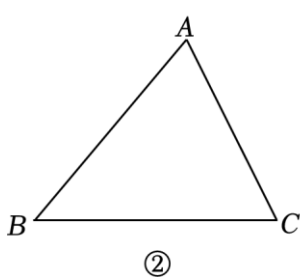
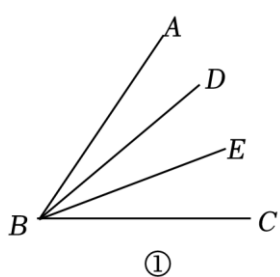
当 $a=6$, $b=3$, $c=5$ 时, $\triangle ABC$ 的周长是: $6+3+5=14$,

当 $a=6$, $b=3$, $c=7$ 时, $\triangle ABC$ 的周长是: $6+3+7=16$,

【点评】 本题考查因式分解的应用、同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方、三角形三边关系, 解答本题的关键是明确它们各自的计算方法.

25. (10 分) 概念认识

如图①, 在 $\angle ABC$ 中, 若 $\angle ABD = \angle DBE = \angle EBC$, 则 BD , BE 叫做 $\angle ABC$ 的“三分线”. 其中, BD 是“邻 AB 三分线”, BE 是“邻 BC 三分线”.



【问题解决】

(1) 如图①, $\angle ABC = 60^\circ$, BD , BE 是 $\angle ABC$ 的“三分线”, 则 $\angle ABE = \underline{40}^\circ$;

(2) 如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 48^\circ$, 若 $\angle B$ 的三分线 BD 交 AC 于点 D , 则 $\angle BDC = \underline{76^\circ \text{ 或 } 92^\circ}$;

(3) 如图③, 在 $\triangle ABC$ 中, BP , CP 分别是 $\angle ABC$ 邻 BC 三分线和 $\angle ACB$ 邻 BC 三分线, 且 $\angle BPC = 140^\circ$, 求 $\angle A$ 的度数;

(4) **【延伸推广】**

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角， $\angle B$ 的三分线所在的直线与 $\angle ACD$ 的三分线所在的直线交于点 P 。若 $\angle A=m^\circ$ ， $\angle B=n^\circ$ ，直接写出 $\angle BPC$ 的度数。（用含 m 、 n 的代数式表示）

【分析】（1） BD 是“邻 AB 三分线”时， BE 是“邻 BC 三分线”时，根据三角形的三分线求出即可；

（2）分情况讨论如图当 BD 是“邻 AB 三分线”时， $\angle BDC=\angle A+\angle ABD$ ；当 BD' 是“邻 BC 三分线”时， $\angle BDC'=\angle A+\angle ABD'$ 即可得答案；

（3）求出 $\angle PBC+\angle PCB=140^\circ$ ，根据 BP 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 邻 BC 三分线和 $\angle ACB$ 邻 BC 三分线求出 $\angle PBC=\frac{1}{3}\angle ABC$ ， $\angle PCB=\frac{1}{3}\angle ACB$ ，求出 $\angle ABC+\angle ACB=120^\circ$ ，再求出 $\angle A$ 即可；

（4）画出符合的所有情况，①当 BP 和 CP 分别是“邻 AB 三分线”、“邻 AC 三分线”时，②当 BP 和 CP 分别是“邻 BC 三分线”、“邻 AC 三分线”时，③当 BP 和 CP 分别是“邻 AB 三分线”、“邻 CD 三分线”时，④当 BP 和 CP 分别是“邻 BC 三分线”、“邻 CD 三分线”时，再根据三角形的外角性质求出答案即可。

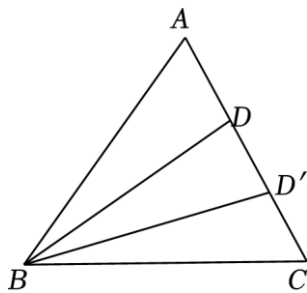
【解答】解：（1） $\because \angle ABC=60^\circ$ ， BD ， BE 是 $\angle ABC$ 的“三分线”，

$$\therefore \angle ABD=\angle DBE=\angle EBC=\frac{1}{3}\angle ABC=\frac{1}{3}\times 60^\circ=20^\circ，$$

$$\therefore \angle ABE=\angle ABD+\angle DAE=20^\circ+20^\circ=40^\circ，$$

故答案为：40；

（2）如图，



当 BD 是“邻 AB 三分线”时，

$$\because \angle A=60^\circ，\angle ABC=48^\circ，$$

$$\therefore \angle BDC=\angle A+\angle ABD=60^\circ+\frac{1}{3}\times 48^\circ=76^\circ；$$

当 BD' 是“邻 BC 三分线”时，

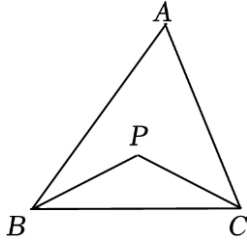
$$\because \angle A=60^\circ，\angle B=48^\circ，$$

$$\therefore \angle BDC' = \angle A + \angle ABD' = 60^\circ + \frac{2}{3} \times 48^\circ = 92^\circ ;$$

综上所述, $\angle BDC = 76^\circ$ 或 92° ,

故答案为: 76° 或 92° ;

(3) 如图,



$$\because BP \perp CP,$$

$$\therefore \angle BPC = 140^\circ ,$$

$$\therefore \angle PBC + \angle PCB = 40^\circ ,$$

$\because BP$ 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 邻 BC 三分线和 $\angle ACB$ 邻 AC 三分线,

$$\therefore \angle PBC = \frac{1}{3} \angle ABC, \quad \angle PCB = \frac{1}{3} \angle ACB,$$

$$\therefore \frac{1}{3} \angle ABC + \frac{1}{3} \angle ACB = 40^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 120^\circ ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ ;$$

(4) 分为四种情况:

情况一: 如图 1,

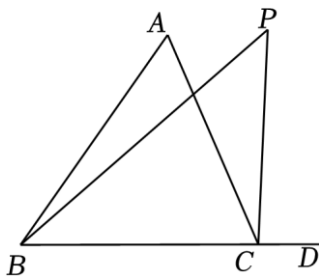


图1

当 BP 和 CP 分别是 “邻 BC 三分线”、“邻 AC 三分线” 时,

$$\text{由外角可得: } \angle PCD = \frac{2}{3} \angle ACD = \frac{2}{3} (m^\circ + n^\circ),$$

$$\therefore \angle BPC = \angle PCD - \angle PBC = \frac{2}{3} (m^\circ + n^\circ) - \frac{2}{3} n^\circ = \frac{2}{3} m^\circ ;$$

情况二: 如图 2,

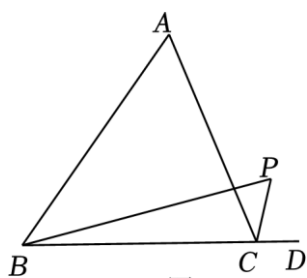


图2

当 BP 和 CP 分别是“邻 BC 三分线”、“邻 AC 三分线”时，

由外角可知： $\angle PCD = \frac{2}{3}\angle ACD = \frac{2}{3}(m^\circ + n^\circ)$ ，

$$\therefore \angle BPC = \angle PCD - \angle PBC = \frac{2}{3}(m^\circ + n^\circ) - \frac{1}{3}n^\circ = \frac{2m^\circ + n^\circ}{3};$$

情况三、

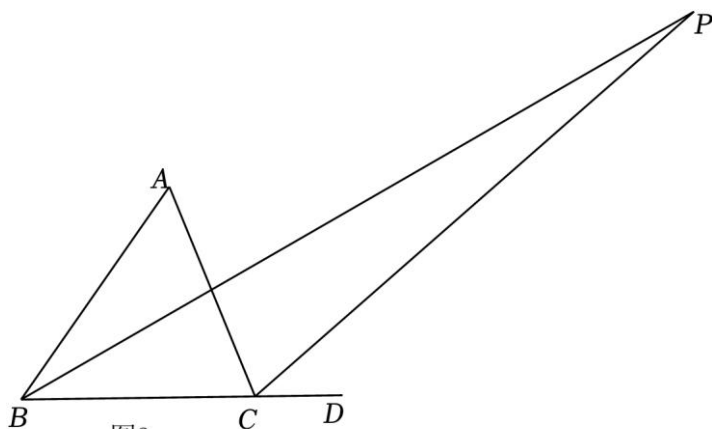


图3

当 BP 和 CP 分别是“邻 AB 三分线”、“邻 CD 三分线”时，

当 $m^\circ > n^\circ$ 时，如图 3，

由外角可得： $\angle PCD = \frac{1}{3}\angle ACD = \frac{1}{3}(m^\circ + n^\circ)$ ，

$$\therefore \angle BPC = \angle PCD - \angle PBC = \frac{1}{3}(m^\circ + n^\circ) - \frac{2}{3}n^\circ = \frac{m^\circ - n^\circ}{3};$$

当 $m < n$ 时，如图 4，

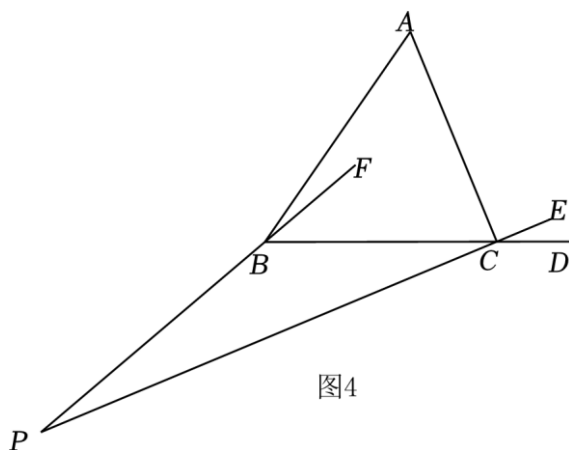


图4

由外角及对顶角可得： $\angle DCE = \angle PCB = \frac{1}{3}\angle ACD = \frac{1}{3}(m^\circ + n^\circ)$ ，

$$\therefore \angle BPC = \angle FBC - \angle PCB = \frac{2}{3}n^\circ - \frac{1}{3}(m^\circ + n^\circ) = \frac{n^\circ - m^\circ}{3};$$

情况四、如图 5，

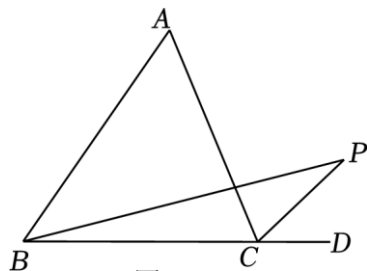


图5

当 BP 和 CP 分别是“邻 BC 三分线”、“邻 CD 三分线”时，

由外角可得： $\angle PCD = \frac{1}{3}\angle ACD = \frac{1}{3}(m^\circ + n^\circ)$ ，

$$\therefore \angle BPC = \angle PCD - \angle PBC = \frac{1}{3}(m^\circ + n^\circ) - \frac{1}{3}n^\circ = \frac{1}{3}m^\circ ;$$

综合上述： $\angle BPC$ 的度数是 $\frac{2}{3}m^\circ$ 或 $\frac{2m^\circ + n^\circ}{3}$ 或 $\frac{m^\circ - n^\circ}{3}$ 或 $\frac{n^\circ - m^\circ}{3}$ 或 $\frac{1}{3}m^\circ$.

【点评】 本题考查了三角形的外角性质和三角形内角和定理，分类讨论思想的运用是解题的关键.