

江苏省梅村高级中学空港分校 2024 年高一秋学期 10 月检测（数学）

一、单选题（本大题共 8 小题，每题 6 分，共计 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

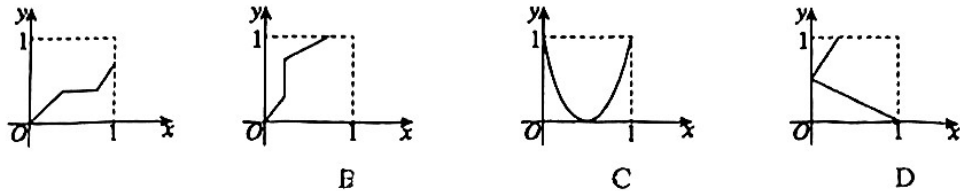
1. 已知集合 $A = \{x | x = 3k + 2, k \in \mathbb{Z}\}$ ，则下列判断正确的是（ ）

- A. $3 \in A$ B. $4 \in A$ C. $-3 \in A$ D. $-4 \in A$

2. 命题“ $\exists x \geq 1$ ，使 $x^2 > 1$ 。”的否定形式是（ ）

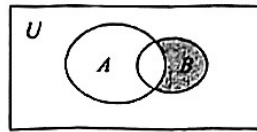
- A. “ $\exists x < 1$ ，使 $x^2 > 1$ 。” B. “ $\exists x < 1$ ，使 $x^2 \leq 1$ 。”
C. “ $\forall x \geq 1$ ，使 $x^2 > 1$ 。” D. “ $\forall x \geq 1$ ，使 $x^2 \leq 1$ 。”

3. 下列图象中，以 $M = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 为定义域， $N = \{y | 0 \leq y \leq 1\}$ 为值域的函数是（ ）



4. 图中 U 是全集， A ， B 是 U 的两个子集，则阴影部分所表示的集合为（ ）

- A. $C_U(A \cup B)$ B. $C_A(A \cap B)$
C. $(C_U A) \cup (C_U B)$ D. $(C_U A) \cap B$



5. 已知 $f(\sqrt{x} - 1) = x - 2\sqrt{x}$ ，则 $f(x)$ 的解析式为（ ）

- A. $f(x) = x^2 - 1$ B. $f(x) = x^2 + 1 (x \geq -1)$
C. $f(x) = x^2 - 1 (x \geq -1)$ D. $f(x) = x^2 + 1$

6. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[-1, 4]$ ，则 $y = \frac{f(2x+1)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域为（ ）

- A. $[-5, 5]$ B. $\left[1, \frac{3}{2}\right]$ C. $(1, 5]$ D. $\left[-5, \frac{3}{2}\right]$

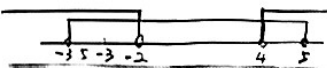
7. 函数 $y = \frac{3x}{kx^2 + 2kx + 1}$ 的定义域为 \mathbb{R} ，则实数 k 的取值范围为（ ）

- A. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ B. $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$ C. $(0, 1)$ D. $[0, 1)$

8. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 > 0 \\ 2x^2 + (2k + 7)x + 7k < 0 \end{cases}$ 仅有一个整数解，则 k 的取值范围为（ ）

- A. $(-5, 3) \cup (4, 5)$ B. $[-5, 3] \cup [4, 5]$ C. $(-5, 3] \cup [4, 5)$ D. $[-5, 3] \cup [4, 5]$

二、多选题（本大题共 3 小题，每题 6 分，共计 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。）



9. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 的解集为 $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$, 则下列说法正确的是 ()

A. $a < 0$

B. $ax + c > 0$ 的解集为 $\{x | x > 6\}$

C. $8a + 4b + 3c < 0$

D. $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集为 $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\right\}$

10. 对于实数 a, b, c , 下列说法正确的是

若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$

B. 若 $a > b > 0$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C. 若 $a > 0 > b$, 则 $ab < a^2$

D. 若 $c > a > b$, 则 $\frac{a}{c-a} > \frac{b}{c-b}$

11. 下列选项正确的有 ()

A. 当 $x \in (0, 2)$ 时, 函数 $y = x^2 - 2x + 2$ 的最小值为 1

B. $x \in (-\infty, 1)$, 函数 $y = x + \frac{3}{x-1}$ 的最大值为 $-2\sqrt{3}$

C. 函数 $y = \frac{x^2 + 5}{\sqrt{x^2 + 4}}$ 的最小值为 2

D. 当 $a > 0, b > 0$ 时, 若 $a + b = 2ab$, 则 $a + 2b$ 的最小值为 $\frac{3}{2} + \sqrt{2}$

三、填空题 (本大题共 3 小题, 每题 5 分, 共计 15 分.)

12. 不等式 $-3x^2 + 5x - 2 > 0$ 的解集为 _____.

13. 若非空集合 $M = \{x | x^2 - 2x + m = 0, x \in \mathbb{R}\}$ 不是单元集, 则其中所有元素之和

$S =$ _____.

14. 已知不等式 $\frac{1}{x} + \frac{a}{1-x} \geq 9$ 对任意 $x \in (0, 1)$ 恒成立, 则正实数 a 的取值范围是 _____.

四、解答题 (本大题共 5 小题, 共计 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

15. (13 分) 已知集合 $A = \{x | a - 1 \leq x \leq 2a + 1\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$.

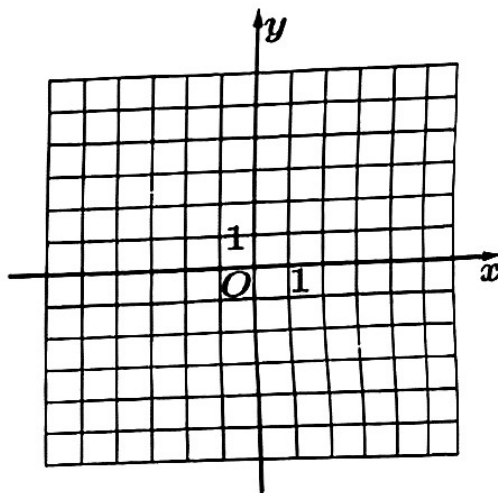
(1) 当 $a = 2$ 时, 求 $A \cup B$ 和 $A \cap (C_{\mathbb{R}} B)$;

(2) 若 " $x \in A$ " 是 " $x \in B$ " 的充分条件, 求实数 a 的取值范围.

16. (15分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \geq 0 \\ \frac{1}{2}x + 1, & x < 0 \end{cases}$.

(1) 画出函数 $f(x)$ 的图像并写出它的值域;

(2) 若 $f(a) = f(b) = f(c)$ 且 a, b, c 互不相等, 求 $a + b + c$ 的取值范围.



17. (15分) 已知函数 $f(x) = ax^2 + 4x + 3$.

(1) 若关于 x 的不等式 $ax^2 + 4x + 3 > 0$ 的解集为 $\{x | b < x < 1\}$, 求 a, b 的值.

(2) 求关于 x 的不等式 $f(x) > -ax - 1$ 的解集.

18. (17分) 近日, 莆田市政府积极制定政策, 决定为某制衣有限公司在节日期间加班追产提供 $x(x \in (0, 20])$ (万元) 的专项补贴. 某制衣有限公司在收到莆田市政府 x (万元) 补贴后, 产量将增加到 $t = (x + 3)$ (万件). 同时某制衣有限公司生产 t (万件) 产品需要投入成本为 $(7t + \frac{81}{t} + 3x)$ (万元), 并以每件 $(8 + \frac{42}{t})$ 元的价格将其生产的产品全部售出. 注: 收益 = 销售金额 + 政府专项补贴 - 成本.

(1) 求某制衣有限公司节日期间, 加班追产所获收益 y (万元) 关于政府补贴 x (万元) 的表达式;

(2) 莆田市政府的专项补贴为多少万元时, 某制衣有限公司节日期间加班追产所获收益 y (万元) 最大?

19. (17分) 二次函数 $f(x)$ 最小值为 2, 且关于 $x=1$ 对称, 又 $f(0)=3$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 在区间 $[-2,2]$ 上, $y=f(x)$ 的图象恒在 $y=-x+2m+1$ 图象的下方, 试确定实数 m 的取值范围;

(3) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[t-1,t]$ 上的最小值 $g(t)$.