

# 江苏省怀仁中学高一数学月考（10月）考试试卷

## 一、单项选择题（每小题5分，共40分）

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{Z}, -4 < x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | -1 < x \leq 4\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

A.  $\{0, 1, 2\}$

B.  $\{-1, 0, 1, 2\}$

C.  $\{x | -4 < x \leq 4\}$

D.  $\{x | -1 < x \leq 2\}$

2. 若  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$ , 则下列不等式中, 正确的不等式有 ( )

A.  $a < 0$

B.  $|a| > |b|$

C.  $a^3 > b^2$

D.  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$

3. " $\frac{1}{x} < 1$ " 是 " $x^2 > 1$ " 的 ( )

A. 必要不充分条件

B. 不必要条件

C. 必要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 关于  $x$  的一元二次不等式  $mx^2 + 2mx + 1 < 0$  的解集为空集, 则  $m$  的取值范围为 ( )

A.  $(0, 1)$

B.  $(0, 1]$

C.  $[0, 1]$

D.  $[0, 1)$

5. 若  $x \in [0, 2]$ , 则函数  $y = \frac{x-2}{x+1}$  的值域为 ( )

A.  $[-2, 0]$

B.  $(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$

C.  $[0, 1)$

D.  $[-2, 1)$

6. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集是  $\{x | 1 < x < 3\}$ , 则下列说法错误的是 ( )

A.  $a < 0$

B.  $a + b + c = 0$

C.  $4a + 2b + c < 0$

D. 不等式  $cx^2 - bx + a < 0$  的解集是  $\left\{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > \frac{1}{3}\right\}$

7. 函数  $f(x)$  是定义在  $(0, +\infty)$  上的增函数, 则不等式  $f(x) > f(8x - 16)$  的解集为 ( )

A.  $(2, \frac{16}{7})$

B.  $(-\infty, \frac{16}{7})$

C.  $(\frac{16}{7}, +\infty)$

D.  $(2, +\infty)$

8. 已知实数  $x, y$  满足  $x > 3$ , 且  $xy + 2x - 3y = 12$ , 则  $x + y$  的最小值为 ( )

A.  $1 + 2\sqrt{6}$

B. 8

C.  $6\sqrt{2}$

D.  $1 + 2\sqrt{3}$

二、多项选择题（每小题6分，共18分）

9. 下列说法正确的是（ ）.

- A.  $a > b$ 的一个必要条件是 $a - 1 > b$
- B. 若集合 $A = \{x | ax^2 + x + 1 = 0\}$ 中只有一个元素，则 $a = 4$
- C. “ $ac < 0$ ”是“一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一正一负根”的充要条件
- D. 已知集合 $M = \{0, 1\}$ ，则满足条件 $M \cup N = M$ 的集合 $N$ 的个数为4

10. 设正实数 $m, n$ 满足 $m + n = 1$ ，则（ ）

- A.  $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$ 的最小值为 $3 + 2\sqrt{2}$
- B.  $\sqrt{m} + \sqrt{n}$ 的最小值为 $\sqrt{2}$
- C.  $\sqrt{mn}$ 的最大值为1
- D.  $m^2 + n^2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$

11. 下列命题正确的是（ ）

- A. 命题“ $\forall x, y \in \mathbf{R}, x^2 + y^2 \geq 0$ ”的否定是“ $\exists x, y \in \mathbf{R}, x^2 + y^2 < 0$ ”
- B. 函数 $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$ 的单调递增区间为 $(1, 2)$
- C. 函数 $y = x + \sqrt{x - 1}$ 的值域为 $[0, +\infty)$
- D. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$ ，则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $[0, 1]$

三、填空题（每小题5分，共15分）

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1 \\ x^2, & -1 < x < 2 \\ 2x, & x \geq 2 \end{cases}$ ，若 $f(x) = 3$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 若“ $1 < x < 2$ ”是“ $|x - 2m| < 1$ ”的充分不必要条件，则实数 $m$ 的取值范围为\_\_\_\_\_

14. 若命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$ ，使得 $ax^2 + ax - 4 \geq 0$ ”是假命题，则实数 $a$ 的取值范围为\_\_\_\_\_

四、解答题（共77分）

15. 已知集合 $A = \{x | mx^2 + x - 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | 2x^2 - 5x - 12 = 0\}$ .

(1) 若 $A$ 中有且仅有1个元素，求实数 $m$ 的值；

(2) 若 $A \cup B = B$ ，求实数 $m$ 的取值范围.

16. 已知函数  $f(x)$  满足  $f\left(\frac{1-x}{x}\right) = x$ , 函数  $g(x)$  满足  $g(x) + 2g(-x) = 3 - x$ .

(1) 求函数  $f(x)$  和  $g(x)$  的解析式;

(2) 求函数  $y = g(x) - \sqrt{f(x)}$  的值域.

17. 已知命题  $p: \forall x \in \mathbf{R}, a \geq -x^2 + 2x$ ; 命题  $q: \exists x \in \left(-\infty, \frac{3}{2}\right), a < 2x + \frac{4}{2x-3}$ .

(1) 若  $p$  为真命题, 求实数  $a$  的最小值;

(2) 若  $\neg p$  与  $q$  恰有 1 个为假命题, 求实数  $a$  的取值范围.

18. 某工厂为某汽车公司加工一款新能源汽车, 已知加工该款汽车每年需投入固定成本 10 亿元, 若年加工量为  $x$  万辆, 则每年需另投入变动成本  $f(x)$  亿元, 且

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x, & 0 < x \leq 16 \\ 5x + \frac{800}{x} - 106, & 16 < x \leq 30 \end{cases}, \text{ 该工厂为此汽车公司每加工一辆汽车, 可获得 3 万元的}$$

加工费. 记该工厂加工这款汽车所获得的年利润为  $y$  亿元 (利润 = 加工费 - 成本).

(1) 求  $y$  关于  $x$  的函数表达式.

(2) 要使年利润不低于 5 亿元, 则年加工量至少为多少万辆?

(3) 当年加工量为多少万辆时, 年利润最大? 并求出年利润的最大值.

19. 已知定义在  $(0, +\infty)$  上的函数  $f(x)$  对于  $\forall x, y \in (0, +\infty)$ , 都满足  $f(x) + f(y) = f(xy) + 3$ ,

且当  $x \in (0, 1)$  时,  $f(x) < 3$ .

(1) 求  $f(1)$  的值;

(2) 根据定义, 研究  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上的单调性.