

高一第一次基础测试数学试卷

2024.9

一、单选题(本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, 集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 2\}$, 则 $C_U A = (\quad)$
 - A. $\{-1, 0, 1\}$
 - B. $\{-2, 2, 3\}$
 - C. $\{-2, -1, 2\}$
 - D. $\{-2, 0, 3\}$
2. 设集合 $U = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 $(C_U A) \cup B = (\quad)$
 - A. $\{1, 2\}$
 - B. $\{1, 2, 3, 4\}$
 - C. $\{2, 3, 4\}$
 - D. $\{3, 4\}$
3. 下列关系中: ① $0 \in \{0\}$, ② $\emptyset \subseteq \{0\}$, ③ $\{0, 1\} \subseteq \{(0, 1)\}$, ④ $\{(a, b)\} = \{(b, a)\}$ 正确的个数为 (\quad)
 - A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. 4
4. 下列关于集合运算的结论, 错误的是 (\quad)
 - A. $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 - B. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
 - C. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 - D. $C_U (A \cup B) = C_U A \cap C_U B$
5. 已知集合 $A = \{x \mid x < a\}$, $B = \{x \mid 1 < x < 2\}$, 且 $A \cup (C_{\mathbb{R}} B) = \mathbb{R}$, 则实数 a 的取值范围是 (\quad)
 - A. $\{a \mid a \leq 1\}$
 - B. $\{a \mid a < 1\}$
 - C. $\{a \mid a \geq 2\}$
 - D. $\{a \mid a > 2\}$
6. 若集合 $A = \{x \mid mx^2 + 2x + m = 0, m \in \mathbb{R}\}$ 中有且只有一个元素, 则 m 值的集合是 (\quad)
 - A. $\{-1\}$
 - B. $\{0\}$
 - C. $\{-1, 1\}$
 - D. $\{-1, 0, 1\}$
7. 下列命题中正确的是 (\quad)
 - A. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$
 - B. 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$
 - C. 若 $a > b > 0, m > 0$, 则 $\frac{b+m}{a+m} < \frac{b}{a}$
 - D. 若 $-1 < a < 5, 2 < b < 3$, 则 $-4 < a - b < 3$
8. 某花店搞活动, 6 支红玫瑰与 3 支黄玫瑰价格之和大于 24 元, 而 4 支红玫瑰与 5 支黄玫瑰价格之和小于 22 元, 那么 2 支红玫瑰与 3 支黄玫瑰的价格比较的结果是 (\quad)
 - A. 2 支红玫瑰贵
 - B. 3 支黄玫瑰贵
 - C. 相同
 - D. 不能确定

二、多选题(本大题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分)

9. 若“ $|x| < 2$ ”是“ $-2 < x < a$ ”的充分不必要条件, 则实数 a 的值可以是 (\quad)
 - A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. 4

10. 下列命题是真命题的为 ()

A. 若 $a > b > 0 > c > d$, 则 $ab > cd$

B. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$

C. 若 $a > b > 0$ 且 $c < 0$, 则 $\frac{c}{a^2} > \frac{c}{b^2}$

D. 若 $a > b$ 且 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则 $ab < 0$

11. 以下结论正确的是 ()

A. 函数 $y = \frac{(x+1)^2}{x}$ 的最小值是 4

B. 若 $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $ab > 0$, 则 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$

C. 若 $x \in \mathbb{R}$, 则 $x^2 + 3 + \frac{1}{x^2 + 2}$ 的最小值为 3

D. 函数 $y = 2 + x + \frac{1}{x} (x < 0)$ 的最大值为 0

三、填空题 (本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

12. 命题“ $\forall x > 1, x^2 > 1$ ”的否定是_____.

13. 不等式 $\frac{1-x}{2+x} \geq 1$ 的解集为_____.

14. 若关于 x 的不等式 $x^2 - (2a+1)x + 2a < 0$ 恰有两个正整数解, 则 a 的取值范围是_____.

四、解答题 (本大题共 5 小题, 共 77 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

15. (13 分) 已知关于 x 的不等式 $2x^2 + (3a-7)x + 3 + a - 2a^2 < 0$ 的解集为 M .

(1) 若 M 中的一个元素是 0, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $M = \{x | -7 < x < 3\}$, 求实数 a 的值.

16. (15 分) 设集合 $A = \{x | -1 \leq x + 1 \leq 6\}$, $B = \{x | m - 1 < x < 2m + 1\}$,

(1) 当 $m = 3$ 时, 求 $A \cap B$ 与 $A \cup B$;

(2) 当 $B \subseteq A$ 时, 求实数 m 的取值范围.

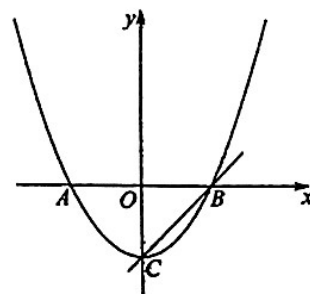
17. (15分)

- (1) 若关于 x 的方程 $x^2 - 2(m+2)x + m^2 - 1 = 0$ 有两个正实数根, 求实数 m 的取值范围.
(2) 求关于 x 的不等式 $ax^2 + (2a-1)x - 2 < 0 (a \in \mathbb{R})$ 的解集.

18. (17分) 如图, 已知顶点为 $C(0, -3)$ 的抛物线 $y = ax^2 + b (a \neq 0)$ 与 x 轴交于 A, B 两点,

直线 $y = x + m$ 过顶点 C 和点 B .

- (1) 求 m 的值;
(2) 求抛物线 $y = ax^2 + b (a \neq 0)$ 的表达式;
(3) 抛物线上是否存在点 M (在直线 BC 上方), 使得 $\angle MCB = 15^\circ$? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



19. (17分) 已知函数 $f(x)$ 和 $g(x)$, 定义集合 $M_{f(x)g(x)} = \{x \mid f(x) < g(x)\}$.

(1) 设 $f(x) = x^2 + 2x + 3, g(x) = -x + 2$, 求 $M_{f(x)g(x)}$;

(2) 设 $f(x) = ax^2 + 2ax - 4, g(x) = 2x(x + 2)$, 当 $M_{f(x)g(x)} = R$ 时, 求 a 的取值范围;

(3) 设 $f(x) = |2x - b|, g(x) = \frac{x + 4b}{x - 1}, h(x) = 2$, 若 $M_{f(x)h(x)} \cap M_{g(x)h(x)} \neq \emptyset$, 求 b 的取值范围.