

2024—2025 学年第一学期十月质量抽测 高一数学

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

一、单选题

1. 若集合  $M = \{x | -1 < x < 1\}$ ,  $N = \{x | 0 \leq x < 2\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )

- A.  $\{x | -1 < x < 2\}$                       B.  $\{x | 0 \leq x < 1\}$   
C.  $\{x | 0 < x < 1\}$                       D.  $\{x | -1 < x < 0\}$

2. 命题“ $\forall x \in R, x^3 \leq 0$ ”的否定是 ( )

- A.  $\forall x \in R, x^3 > 0$                       B.  $\forall x \in R, x^3 < 0$   
C.  $\exists x \in R, x^3 \leq 0$                       D.  $\exists x \in R, x^3 > 0$

3. 已知  $a, b, c \in R, b > c$ , 则下列不等式恒成立的是 ( )

- A.  $a^2 + b > a^2 + c$                       B.  $a + b^2 > a + c^2$   
C.  $ab^2 > ac^2$                               D.  $a^2b > a^2c$

4. 已知  $p: -3 < x \leq 1$  是  $q$  的必要条件, 则  $q$  可以为 ( )

- A.  $-3 \leq x \leq 1$                               B.  $-3 \leq x < 1$   
C.  $-3 < x < 1$                                 D.  $-2 < x < 2$

5. 已知实数  $x > 1$ , 则函数  $y = 2x + \frac{2}{x-1}$  的最小值为 ( )

- A. 5                      B. 6                      C. 7                      D. 8

6. 若关于  $x$  的不等式  $x^2 - 4x - m \geq 0$  对任意的  $x \in R$  恒成立, 则  $m$  的最大值为 ( )

- A. -4                      B. -2                      C. 2                      D. 4

7. 若关于  $x$  的不等式  $ax-b>0$  的解集是  $\{x|x<-2\}$ , 则关于  $x$  的不等式  $\frac{ax+b}{x-1}>0$  的解集为 ( )

- A.  $\{x|-2<x<-1\}$
- B.  $\{x|1<x<2\}$
- C.  $\{x|x<-2$ 或 $0<x<1\}$
- D.  $\{x|x<1$ 或 $x>2\}$

8. 设  $m, n \in \mathbf{R}$ , 定义运算“ $\Delta$ ”和“ $\nabla$ ”如下:  $m\Delta n = \begin{cases} m, m \leq n, \\ n, m > n, \end{cases}$   $m\nabla n = \begin{cases} n, m \leq n, \\ m, m > n. \end{cases}$

若正数  $m, n, p, q$  满足  $mn \geq 4, p+q \leq 4$ , 则 ( )

- A.  $m\Delta n \geq 2, p\Delta q \leq 2$
- B.  $m\nabla n \geq 2, p\nabla q \geq 2$
- C.  $m\Delta n \geq 2, p\nabla q \geq 2$
- D.  $m\nabla n \geq 2, p\Delta q \leq 2$

**二、多选题**

9. 已知  $x > 0$ , 则下列不等式成立的是 ( )

- A.  $x-1+\frac{1}{x-1} \geq 2$
- B.  $x\sqrt{1-4x^2} \leq \frac{1}{4}$
- C.  $\sqrt{x^2+1}+\frac{2}{\sqrt{x^2+1}} \geq 2\sqrt{2}$
- D.  $-\frac{x}{9}-\frac{4}{x} \leq -\frac{4}{3}$

10. 集合  $P_1 = \{x | x^2 + ax + 1 > 0\}$ ,  $P_2 = \{x | x^2 + ax + 2 > 0\}$ , 下列说法正确的是 ( )

- A. 对任意  $a$ ,  $P_1$  是  $P_2$  的子集                      B. 对任意  $a$ ,  $P_1$  不是  $P_2$  的子集  
C. 存在  $a$ , 使得  $P_1$  不是  $P_2$  的子集                      D. 存在  $a$ , 使得  $P_2$  是  $P_1$  的子集

11. 已知  $a > b > c$  ( $a, b, c \in \mathbf{R}$ ), 且  $3a + 2b + c = 0$ , 则 ( )

- A.  $a + c < 0$     B.  $\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \leq -2$   
C. 存在  $a, c$  使得  $c^2 - 36a^2 = 0$                       D.  $\frac{2a+b}{a+c} < -\frac{1}{2}$

### 三、填空题

12. 已知集合  $M$  中含有 2 个元素  $x+1, x^2-2x-3$ , 写出一个满足的条件的  $x =$  \_\_\_\_\_.

13. 中国宋代数学家秦九韶曾提出“三斜求积术”, 即假设在平面内有一个边长分别为  $a, b, c$  的三角形, 其面积  $S$  可由公式  $S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$  求得, 其中  $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$ , 这个公式也被称为海伦-秦九韶公式, 现有一个三角形的三边长满足  $a+b=14, c=6$ , 则此三角形面积的最大值为\_\_\_\_\_.

14. 若  $a > 1$ ，且不等式  $(x-a)\left(x-\frac{4}{a}\right) < 0$  的解集中有且仅有一个整数，则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

#### 四、解答题

15. 已知集合  $A = \{x | -2 < x < 4\}$ ,  $B = \{x | -1 < x \leq 5\}$ .

(1) 求  $A \cap B, A \cup B$ ;

(2) 求  $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B, (\complement_{\mathbb{R}} A) \cup B$ .

16. 已知命题  $p: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 6x + a^2 = 0$ ，当命题  $p$  为真命题时，实数  $a$  的取值集合为  $A$ .

(1) 求集合  $A$ ;

(2) 设非空集合  $B = \{a | 3m - 2 \leq a \leq m - 1\}$ ，若  $x \in A$  是  $x \in B$  的必要条件，求实数  $m$  的取值范围.

17. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 - (a+1)x + b < 0$ .

(1) 若不等式的解集是  $\{x | 1 < x < 5\}$ , 求  $a+b$  的值;

(2) 若  $a > 0, b = 1$ , 求此不等式的解集.

18. 近几年来, “盲盒文化”广为流行, 这种文化已经在中国落地生根, 并发展出具有中国特色的盲盒经济. 某盲盒生产及销售公司今年初用 98 万购进一批盲盒生产线, 每年可有 50 万的总收入, 已知生产此盲盒  $x$  年 ( $x$  为正整数) 所用的各种费用总计为  $2x^2 + 10x$  万元.

(1) 该公司第几年首次盈利 (总收入超过总支出, 今年为第一年)?

(2) 该公司几年后年平均利润最大, 最大是多少?

19. 已知  $A$  是  $\mathbf{R}$  的非空子集, 如果对任意  $x, y \in A$ , 都有  $x + y \in A, xy \in A$ , 则称  $A$  是封闭集.

(1) 判断集合  $B = \{0\}$ ,  $C = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$  是否为封闭集, 无需说明理由;

(2) 判断以下两个命题的真假, 并说明理由;

命题  $P$ : 若非空集合  $A_1, A_2$  是封闭集, 则  $A_1 \cup A_2$  也是封闭集;

命题  $q$ : 非空集合  $A_1, A_2$  是封闭集, 则  $A_1 \cap A_2 \neq \emptyset$  是  $A_1 \cap A_2$  为封闭集的充要条件;

(3) 若非空集合  $A$  是封闭集合, 设全集为  $\mathbf{R}$ , 求证:  $A$  的补集不是封闭集.