

# 2024-2025 学年度 10 月阶段性考试 高一数学试卷

命题人：张秋实      审核人：周佳美  
考试时间：120 分钟      分值：150 分

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
3. 填空题和解答题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内. 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
4. 考试结束后，请将答题卡上交.

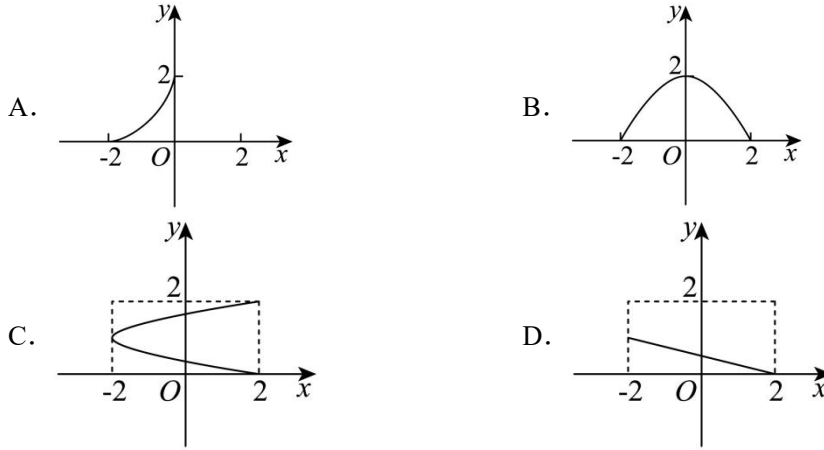
一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的. 请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上.

1. 已知集合  $M = \{0, 2, 4\}$ ， $N = \{y | y = 2x, x \in M\}$ ，则  $M \cup N = ( \quad )$

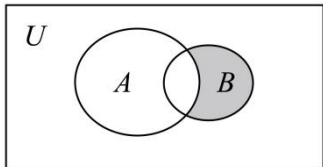
- A.  $\{0, 4\}$       B.  $\{2, 4, 8\}$       C.  $\{0, 2, 4\}$       D.  $\{0, 2, 4, 8\}$

2. 若函数  $y = f(x)$  的定义域为  $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ，值域为  $N = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$ ，则函数  $y = f(x)$

的图像可能是 ( )



3. 图中  $U$  是全集， $A$ ， $B$  是  $U$  的两个子集，则阴影部分所表示的集合为 ( )



- A.  $C_U(A \cup B)$       B.  $C_A(A \cap B)$       C.  $(C_U A) \cup (C_U B)$       D.  $(C_U A) \cap B$

4. 若  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , 则下列命题正确的是 ( )
- A. 若  $a < b$ , 则  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$                       B. 若  $a > b > 0$ , 则  $\frac{b+1}{a+1} < \frac{b}{a}$
- C. 若  $a > b$ , 则  $ac^2 > bc^2$                       D. 若  $ac^2 > bc^2$ , 则  $a > b$
5. “ $\frac{1}{x} < 1$ ”是“ $x^2 > 1$ ”的 ( )
- A. 必要不充分条件                      B. 充分不必要条件
- C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件
6. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1, & x \geq 0 \\ \frac{1}{x}, & x < 0 \end{cases}$ , 若  $f(f(a)) = -\frac{1}{3}$ , 则实数  $a$  的值为 ( )
- A.  $-\frac{1}{3}$  或  $-3$                       B.  $-\frac{1}{3}$  或  $4$
- C.  $-\frac{1}{3}$  或  $\frac{14}{3}$                       D.  $-3$  或  $4$
7. 若命题“ $\forall x > 0$ , 使得  $x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ ”为假命题, 则实数  $a$  的取值范围 ( )
- A.  $\{a | a < -1 \text{ 或 } a > 3\}$                       B.  $\{a | -1 \leq a \leq 3\}$
- C.  $\{a | a < -1\}$                       D.  $\{a | 1 - \frac{\sqrt{7}}{2} \leq a \leq 1 + \frac{\sqrt{7}}{2}\}$
8. 已知  $a \geq 0, b \geq 0$  且  $2a + b = 1$ , 则  $\frac{9}{a+1} + \frac{1}{a+b}$  的最小值为 ( )
- A. 4                      B. 6                      C. 8                      D. 10

二、多选题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 每小题有多项符合题目要求. 全选对得 6 分, 部分选对得部分分, 选对但不全得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 若集合  $P = \{x | x^2 + 5x - 6 = 0\}$ ,  $S = \{x | ax - 1 = 0\}$ , 满足  $S \cap P = S$ , 则实数  $a$  的值可能是 ( )
- A.  $-6$                       B.  $-\frac{1}{6}$                       C.  $0$                       D.  $1$
10. 下列说法正确的是 ( )
- A.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 1 = 0$
- B.  $\forall x \in \mathbb{R}$ , 都有  $x^3 > x^2$
- C. 设  $a, b \in \mathbb{R}$ , 则“ $a \neq 0$ ”是“ $ab \neq 0$ ”的必要不充分条件
- D. 设  $x, y \in \mathbb{R}$ , 则“ $x \geq 2$  且  $y \geq 2$ ”是“ $x^2 + y^2 \geq 4$ ”的必要不充分条件

11. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集为  $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ , 则下列正确的是 ( )

A.  $a > 0$

B. 不等式  $bx + c > 0$  的解集是  $\{x \mid x < -6\}$

C.  $a + b + c > 0$

D. 不等式  $cx^2 - bx + a < 0$  的解集为  $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知  $p: -2 \leq x \leq 2, q: 1 - m \leq x \leq m - 1$ , 若  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 则实数  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

13. 已知  $-1 < x - y < 4, 2 < x + y < 3$ , 则  $3x + y$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  对任意实数  $x, y$  恒有  $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ , 当  $x > 0$  时

$0 < f(x) < 1$ . 已知  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则  $f(-3) =$ \_\_\_\_\_.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤.

15. (本题 13 分)

已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x \mid |x - 3| < 1\}$ ,  $C = \{x \mid 2a \leq x \leq a + 2, a \in \mathbf{R}\}$ .

(1) 若  $B \cup C = B$ , 求  $a$  的取值范围.

(2) 若  $A \cap C = \emptyset$ , 求  $a$  的取值范围.

16. (本题 15 分)

(1) 已知  $0 < x < 3$ , 求  $y = x\sqrt{9 - x^2}$  的最大值.

(2) 已知  $x > 0, y > 0$ , 且  $x + y + 5 = xy$ , 求  $x + y$  的最小值.

17. (本题 15 分)

珍珠棉是聚乙烯塑料颗粒经过加热、发泡等工艺制成的一种新型的包装材料,疫情期间珍珠棉的需求量大幅增加,某加工珍珠棉的公司经市场调研发现,若本季度在原材料上多投入  $x$

万元( $1 \leq x \leq 15$ ),珍珠棉的销售量可增加  $p$  吨,其中  $p = \begin{cases} \frac{10x}{x+1}, & 1 \leq x < 9 \\ 18-x, & 9 \leq x \leq 15 \end{cases}$ , 每吨的销售价格

为  $\left(3 - \frac{8}{p}\right)$  万元,另外每生产 1 吨珍珠棉还需要投入其他成本 0.5 万元.

- (1) 写出该公司本季度增加的利润  $y$  与  $x$  (单位: 万元) 之间的函数关系.
- (2) 当  $x$  为多少万元时, 该公司在本季度增加的利润最大? 最大为多少万元?

18. (本题 17 分)

- (1) 已知  $f(\sqrt{x}+2) = x + 4\sqrt{x}$ , 求函数  $f(x)$  的解析式.
- (2) 已知  $f(x)$  是二次函数, 且满足  $f(0)=1$ ,  $f(x+1) = f(x) + 2x$ , 求函数  $f(x)$  的解析式.
- (3) 已知  $f(x) + 2f(-x) = 2x + 3$ , 求  $f(x)$  的解析式.

19. (本题 17 分)

设函数  $f(x) = ax^2 + (1-a)x + a - 2 (a \in \mathbb{R})$

- (1) 若  $a = -2$ , 求  $f(x) < 0$  的解集.
- (2) 若不等式  $f(x) \geq -2$  对一切实数  $x$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.
- (3) 解关于  $x$  的不等式:  $f(x) < a - 1$ .

