江苏省梅村高级中学2024—2025学年度秋学期10月阶段测试

高二数学

时间 120分钟　　　　满分：150分　　　　2024.10

一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若直线$l:x+my+1=0$的倾斜角为$\dfrac{2\pi}{3}$，则实数m值为(　　)

A. $\sqrt{3}$　　B. $-\sqrt{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

2. 下列命题不正确的是（　　）

①空间中任意三个不共面的向量都可以作为基底.　　②直线的方向向量是唯一确定的.

③若直线a的方向向量和平面α的法向量平行，则$a\parallel\alpha$.　　④若$\vec{a}\cdot\vec{b}<0$，则$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$是钝角.

⑤在空间直角坐标系中，在Oyz平面上的点的坐标一定是（0，b，c）.

A. ①③④　　B. ②③④　　C. ③④⑤　　D. ①②④

3. 已知复数$z=\dfrac{1-i}{2+i}$，则$z-\overline{z}$的虚部是(　　)

A. $-\dfrac{3}{5}$　　B. $\dfrac{3}{5}$　　C. $-\dfrac{6}{5}$　　D. $\dfrac{6}{5}$

4. 已知$A(2,4,1)$，$B(1,2,0)$，平面α的一个法向量为$\vec{n}=(a,b,c)$，若$AB\parallel$平面α，则(　　)

A. $a=c=2b$　　B. $a+2b=c$　　C. $a+c=2b$　　D. $a+2b+c=0$

5. 若$AB<0$，$BC>0$，则直线$Ax-By+C=0$不经过的象限是(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

6. 已知两点$A(1,3)$，$B(4,2)$，直线l：$kx+y-3k-1=0$线段AB相交，则k的取值范围是(　　)

A. $-1\leqslant k\leqslant 1$　　B. $k\leqslant -1$或$k\geqslant 1$　　C. $k\leqslant 1$　　D. $k\geqslant -1$

7. 已知空间中三点$A(0,1,0)$，$B(2,2,0)$，$C(-1,3,1)$，则(　　)

A. $\overline{AB}$与$\overline{AC}$是共线向量；　　B. 与向量$\overline{AB}$方向相同的单位向量是$\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{5},-\dfrac{\sqrt{5}}{5},0\right)$；

C. $\overline{AB}$与$\overline{BC}$夹角的余弦值是$\dfrac{\sqrt{55}}{11}$；　D. 平面ABC的一个法向量是$(1,-2,5)$.

8. 在直角坐标系中，定义两点$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$之间的“直角距离”为

$d(P,Q)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$，现给出四个命题：

①已知$P(1,3)$，$Q(\sin^2 x,\cos^2 x)$，$x\in R$，则$d(P,Q)$为定值；

②用$|\overline{PQ}|$表示P，Q两点间的“直线距离”，那么$|\overline{PQ}|\geqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}d(P,Q)$；

③已知P为直线$y=x+2$上任一点，O为坐标原点，则$d(P,Q)$的最小值为$\sqrt{2}$；

④已知P，Q，R三点不共线，则必有$d(P,Q)+d(Q,R)>d(P,R)$

以上命题正确的是(　　)

A. ②③　B. ①④　C. ①②　D. ①②④

二、多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分，选错得0分，全部选对得6分，部分选对得部分分.

9. 已知复数$z=\sqrt{3}+\mathrm{i}$(i为虚数单位)，$z_0=\dfrac{\overline{z}}{z}$，则下列结论中正确的是(　)

A. z_0的虚部为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；　　B. z_0在复平面内对应的点位于第四象限；

C. $\quad=1$；　　D. 若$|z_1-z_0|=\dfrac{1}{2}$，则$|z_1|$的最大值为$\dfrac{3}{2}$.

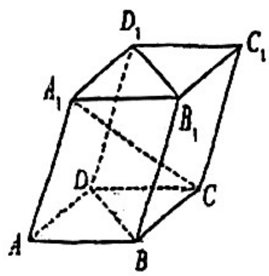
10. 对于直线$l_1:ax+2y+3a=0,l_2:3x+(a-1)y+3-a=0$.以下说法正确的有（

A. 当$a=\dfrac{2}{5}$时，$l_1\perp l_2$；　　B. $l_1\,/\!/\,l_2$的充要条件是$a=3$；

C. 点$P(1,3)$到直线l_1的距离的最大值为5；　　D. 直线l_1一定经过点$M(3,0)$.

11.平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=AD=AA_1=1$

$\angle A_1AB=\angle A_1AD=\angle BAD=60°$，则（



A. $A_1C\perp BD$；　　B. $A_1C=\sqrt{3}$；

C. 点A_1到平面BDD_1B_1的距离等于$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；　　D. $\angle A_1CA=\dfrac{\pi}{4}$.

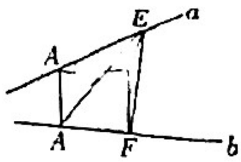
三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．请把答案填写在答题卡相应位置上.

12.华罗庚先生说："数缺形时少直观，形少数时难入微."数形结合对于解决部分数学问题有着事半功倍的效果.已知x，$y\in R$，

$\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x+3)^2+(y-4)^2}+\sqrt{(x+4)^2+(y-2)^2}$最小值为________.

13.欧拉公式$e^{ix}=\cos x+i\sin x$是由瑞士著名数学家欧拉创立，该公式将指数函数的定义域扩大到复数，建立了三角函数与指数函数的关联，在复变函数论里面占有非常重要的地位.依据欧拉公式，则$|e^{ix}-\sqrt{3}i-1|$的最大值为________.

14. 两条异面直线a，b所成的角为60°，在直线a，b上分别取点A'，E和点A，F，构成空间四边形$AA'EF$，且$AA'\perp a$，且$AA'\perp b$.已知$A'E=2$，$AF=2$，$EF=5$，线边长AA'的长为__________.



四、解答题（本大题共5小题，共计77分．请在答题卡指定区域内作答．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

15.（本小题13分）已知复数$z=a^2-3a+2+(a-2)i$，其中i为虚数单位，$a\in R$.

(1)若z为纯虚数，求$|z+2|$; (2)若复数z在复平面内对应的点在第四象限，求实数a取值范围.

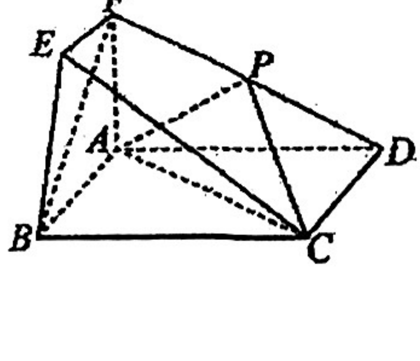
16.（本小题15分）已知$\vec{a}=(x,4,1)$，$\vec{b}=(-2,y,-1)$，$\vec{c}=(3,-2,z)$，$\vec{a}\parallel\vec{b}$，$\vec{b}\perp\vec{c}$.

(1)求实数x，y，z的值；　(2)求$\vec{a}+\vec{c}$与$\vec{b}+\vec{c}$夹角的余弦值.

17.（本小题15分）如图所示的几何体中，四边形$ABCD$为矩形，$AF\perp$平面$ABCD$，$EF\parallel AB$，$AD=2$，$AB=AF=2EF=1$，点P为棱DF的中点.

(1)求证：$BF\parallel$平面APC;

(2)求直线DE与平面BCF所成角的正弦值.



18.（本小题 17 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知射线 $OA: x-y=0(x\geqslant 0)$ ，$OB: 2x+y=0$ $(x\geqslant 0)$. 过点 $P(1,0)$ 作直线分别交射线 OA，OB 于点 A，B.

(1) 当 AB 的中点在直线 $x-2y=0$ 上时，求直线 AB 的方程;

(2) 当 $\triangle AOB$ 的面积取最小值时，求直线 AB 的方程;

(3) 当 $PA\cdot PB$ 取最小值时，求直线 AB 的方程.

19.（本小题 17 分）在如图所示的试验装置中，两个正方形框架 $ABCD$，$ABEF$ 的边长都是 $\sqrt{2}$ ，且它们所在的平面互相垂直，活动弹子 M，N 分别在正方形对角线 AC 和 BF 上移动，且 CM 和 BN 的长度保持相等，记 $CM=BN=a(0<a<2)$.

（1）求 MN 的长;

（2）a 为何值时，MN 的长最小并求出最小值;

（3）当 MN 的长最小时，求平面 MNA 与平面 MNB 夹角的余弦值.