





三、填空题(本大题共3小题, 每小题5分, 共15分)

12. 已知复数  $z$  满足:  $\frac{z}{1+i} = 2-3i$ , 则  $\bar{z} =$  \_\_\_\_\_.

13. 已知点  $A(-1,1,1)$ ,  $B(0,2,3)$ ,  $\overrightarrow{CD} = (a-1, b+1, 2)$ , 若直线  $AB \parallel CD$ , 则  $a-b =$  \_\_\_\_\_.

14. 在空间直角坐标系中, 若一条直线经过点  $(x_0, y_0, z_0)$  且以向量  $\vec{n} = (a, b, c) (abc \neq 0)$  为方向向量, 则这条直线可以用方程  $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$  来表示, 已知直线  $l$  的方程为  $x-2=y-4=2z$ , 则点  $P(4, 4, 2)$  到直线  $l$  的距离为 \_\_\_\_\_.

四、解答题(本大题共5小题, 共77分)

15. 已知直线  $l_1$  经过点  $A(2, 3)$ .

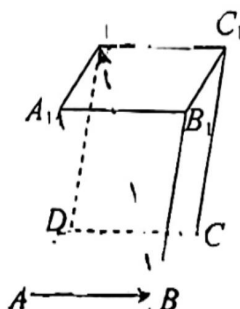
(1) 若  $l_1$  与直线  $l_2: x+2y+4=0$  垂直, 求  $l_1$  的方程;

(2) 若  $l_1$  在两坐标轴上的截距相等, 求  $l_1$  的方程.

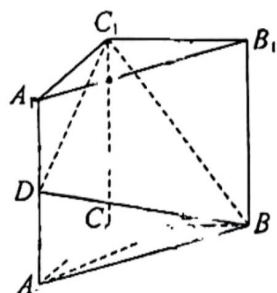
16. 如图所示, 平行六面体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = AD = 1, AA_1 = 2, \angle BAD = \frac{\pi}{2}, \angle BAA_1 = \angle DAA_1 = \frac{\pi}{3}$ .

(1) 用向量  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$  表示向量  $\overrightarrow{BD_1}$ , 并求  $|\overrightarrow{BD_1}|$ ;

(2) 求  $\cos(\overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{AC})$ .



17. 在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $D, E$  分别是  $AA_1, BC$  的中点,  $AC = BC = 1, AA_1 = 1, \angle BCA = 90^\circ$ .

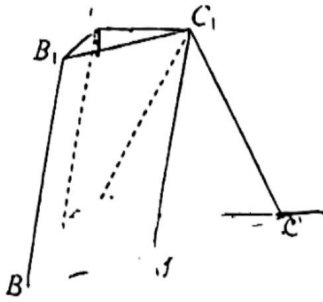


(1) 求点  $E$  到平面  $C_1BD$  的距离;

(2) 取  $A_1B_1$  靠近  $B_1$  的三等分点  $P$ , 问线段  $CC_1$  上是否存在点  $Q$ , 满足  $PQ \perp$  面  $BDC_1$ , 若有, 求出点  $Q$  的位置, 若没有, 说明理由.



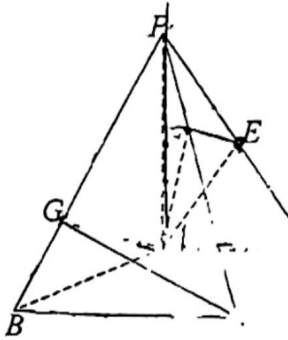
18. 如图, 在三棱台  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 若  $A_1A \perp$  平面  $ABC$ ,  $AB \perp AC$ ,  $AB = AC = AA_1 = 2$ ,  $A_1C_1 = 1$ ,  $N$  为  $AB$  中点,  $M$  为棱  $BC$  上一动点 (不包含端点).



(1) 若  $M$  为  $BC$  的中点, 求证:  $A_1N \parallel$  平面  $C_1MA$ ;

(2) 是否存在点  $M$ , 使得平面  $C_1MA$  与平面  $ACC_1A_1$  夹角的余弦值为  $\frac{2}{7}$ ? 若存在, 求出  $BM$  长度; 若不存在, 请说明理由.

19. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AD \perp CD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $PA = AD = CD = 2, BC = 3$ .  $E$  为  $PD$  的中点, 点  $F$  在  $PC$  上, 且  $\frac{PF}{PC} = \frac{1}{3}$ , 设点  $G$  是线段  $PB$  上的一点.



(1) 若  $\frac{PG}{PB} = \frac{2}{3}$ , 判断直线  $AG$  是否在平面  $AEF$  内, 说明理由;

(3) 设  $CG$  与平面  $AEF$  所成角为  $\theta$ , 求  $\sin \theta$  的范围.

