

# 高二数学十月检测试卷 2024.10

一、单项选择题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

1. 若直线  $l$  经过两点  $A(2, m)$ 、 $B(-m, 2m-1)$  且  $l$  的倾斜角为  $45^\circ$ , 则  $m$  的值为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$       B. 2      C.  $-\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$

2. 复数  $z = \frac{(1+2i)}{3+4i}$  在复平面内对应的点所在的象限是 ( )

- A: 第一象限      B: 第二象限      C: 第三象限      D: 第四象限

3. 已知  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$  分别为直线  $l_1, l_2$  的方向向量 ( $l_1, l_2$  不重合),  $\vec{n}_1, \vec{n}_2$  分别为平面  $\alpha, \beta$  的法向量 ( $\alpha, \beta$  不重合), 则下列说法中错误的是 ( )

- A.  $\vec{v}_1 \parallel \vec{v}_2 \Leftrightarrow l_1 \parallel l_2$       B.  $\vec{v}_1 \perp \vec{n}_1 \Leftrightarrow l_1 \perp \alpha$       C.  $\vec{n}_1 \parallel \vec{n}_2 \Leftrightarrow \alpha \parallel \beta$       D.  $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \alpha \perp \beta$

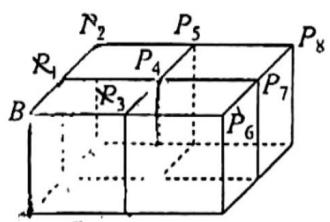
4. 已知直线  $ax + 2y - 4 = 0$  与直线  $x + (a+1)y + 2 = 0$  平行, 则实数  $a$  的值为 ( )

- A. 1      B. -2      C. 1 或 -2      D.  $-\frac{2}{3}$

5. 如图, 四个棱长为 1 的正方体排成一个正四棱柱,  $AB$  是一条侧棱,  $P_i$  ( $i=1, 2, \dots, 8$ )

是上底面上其余的八个点, 则集合  $\{y \mid y = \overline{AB} \cdot \overline{AP}_i, i=1, 2, 3, \dots, 8\}$  中的元素个数是 ( )

- A. 7      B. 5      C. 1      D. 3

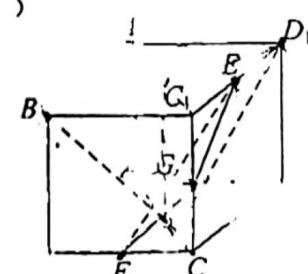


6. 已知长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1=AD=1$ , 若棱  $AD$  上存在点  $M$ , 使得  $B_1M \perp MC$ , 则  $AB$  的取值范围是 ( )

- A.  $\left[0, \frac{1}{4}\right]$       B.  $\left[\frac{1}{4}, 1\right]$       C.  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$       D.  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

7. 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AD=AA_1=3$ ,  $AB=4$ ,  $E, F, G$  分别是棱  $C_1D_1, BC, CC_1$  的中点,  $M$  是平面  $ABCD$  内一动点, 若直线  $D_1M$  与平面  $EFG$  平行, 则  $\overline{MB_1} \cdot \overline{MD_1}$  的最小值为 ( )

- A.  $2\sqrt{3}$       B. 9      C.  $\frac{11}{2}$       D.  $\frac{3}{2}$



扫描全能王 创建

8. 如图1, 某同学在一张矩形卡片上绘制了函数  $f(x) = \sin\left(\pi x + \frac{5\pi}{6}\right)$  的部分图象,  $A$ ,  $B$  分别是  $f(x)$  图象的一个最高点和最低点,  $M$  是  $f(x)$  图象与  $y$  轴的交点,  $BD \perp OD$ , 现将该卡片沿  $x$  轴折成如图2所示的直二面角  $A-OD-B$ , 在图2中, 则下列结果不正确的是 ( )

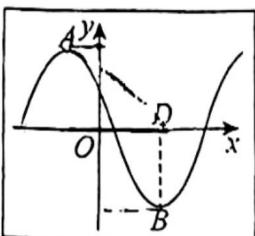


图1

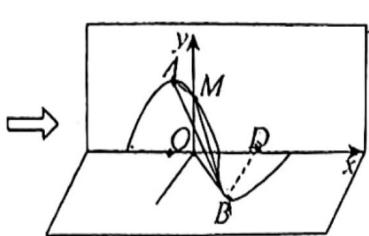


图2

- A.  $AB = \sqrt{3}$
- B. 点  $D$  到平面  $ABM$  的距离为  $\frac{\sqrt{14}}{14}$
- C. 点  $D$  到直线  $AB$  的距离为  $\frac{1}{3}$
- D. 平面  $OBD$  与平面  $ABM$  夹角的余弦值为  $\frac{\sqrt{14}}{7}$

二、多项选择题(本大题共3小题, 每小题6分, 共18分. 全部选对的得6分, 部分选对的得部分分)

9. 对于直线  $l: mx + y - 2m = 0$ , 下列说法正确的是 ( )

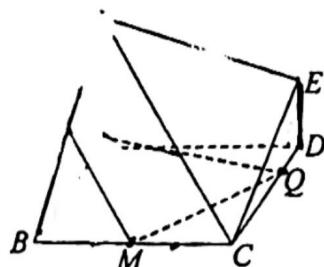
- A.  $l$  的斜率一定存在
- B.  $l$  恒过定点  $(2, 0)$
- C.  $m = \sqrt{3}$  时,  $l$  的倾斜角为  $60^\circ$
- D.  $m = -2$  时,  $l$  不经过第二象限

10. 已知  $z_1, z_2$  是两个复数, 下列结论中正确的是 ( )

- A. 若  $z_1 = \bar{z}_1$ , 则  $z_1 z_2 \in \mathbb{R}$
- B. 若  $z_1 + z_2$  为实数, 则  $z_1 = \bar{z}_2$
- C. 若  $z_1, z_2$  均为纯虚数, 则  $\frac{z_1}{z_2}$  为实数
- D. 若  $\frac{z_1}{z_2}$  为实数, 则  $z_1, z_2$  均为纯虚数

11. 如图, 在多面体  $ABCDES$  中,  $SA \perp$  平面  $ABCD$ , 四边形  $ABCD$  是正方形, 且  $DE \parallel SA$ ,  $SA = AB = 2DE = 2$ ,  $M, N$  分别是线段  $BC, SB$  的中点,  $Q$  是线段  $DC$  上的一个动点 (含端点  $D, C$ ), 则下列说法正确的是 ( )

- A. 存在点  $Q$ , 使得  $NQ \perp SB$
- B. 存在点  $Q$ , 使得异面直线  $NQ$  与  $SA$  所成的角为  $60^\circ$
- C. 三棱锥  $Q-AMN$  体积的最大值是  $\frac{2}{3}$
- D. 当点  $Q$  自  $D$  向  $C$  处运动时, 直线  $DC$  与平面  $QMN$  所成的角逐渐增大



三、填空题(本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

12. 已知复数  $z$  满足:  $\frac{z}{1+i} = 2 - 3i$ , 则  $\bar{z} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 已知点  $A(-1,1,1)$ ,  $B(0,2,3)$ ,  $\overrightarrow{CD} = (a-1, b+1, 2)$ , 若直线  $AB // CD$ , 则  $a-b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 在空间直角坐标系中, 若一条直线经过点  $(x_0, y_0, z_0)$  且以向量  $\vec{n} = (a, b, c)$  ( $abc \neq 0$ ) 为方向向量, 则这条直线可以用方程  $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$  来表示, 已知直线  $l$  的方程为  $x-2=y-4=2z$ , 则点  $P(4,4,2)$  到直线  $l$  的距离为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

四、解答题(本大题共 5 小题, 共 77 分)

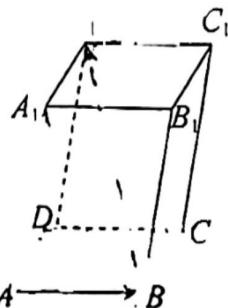
15. 已知直线  $l_1$  经过点  $A(2,3)$ .

(1) 若  $l_1$  与直线  $l_2: x+2y+4=0$  垂直, 求  $l_1$  的方程;

(2) 若  $l_1$  在两坐标轴上的截距相等, 求  $l_1$  的方程.

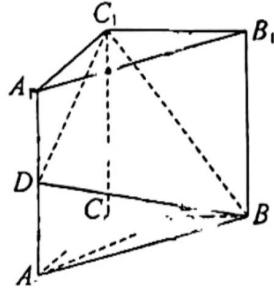
16. 如图所示, 平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=AD=1$ ,  $AA_1=2$ ,  $\angle BAD=\frac{\pi}{2}$ ,  $\angle BAA_1=\angle DAA_1=\frac{\pi}{3}$ .

(1) 用向量  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$  表示向量  $\overrightarrow{BD_1}$ , 并求  $|\overrightarrow{BD_1}|$ :



(2) 求  $\cos(\overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{AC})$ .

17. 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $D, E$  分别是  $AA_1, BC$  的中点,  $AC=BC=1$ ,  $AA_1=1$ ,  $\angle BCA=90^\circ$ .

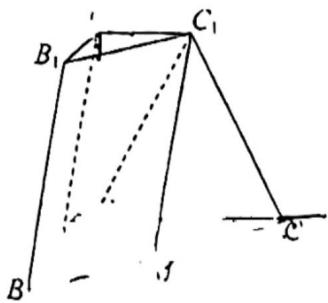


(1) 求点  $E$  到平面  $C_1BD$  的距离;

(2) 取  $A_1B_1$  靠近  $B_1$  的三等分点  $P$ , 问线段  $CC_1$  上是否存在点  $Q$ , 满足  $PQ \perp$  面  $BDC_1$ , 若有, 求出点  $Q$  的位置, 若没有, 说明理由.



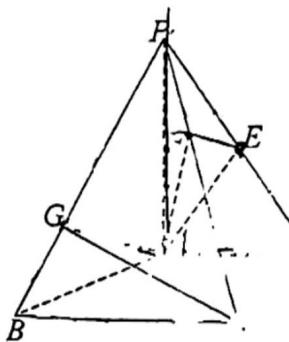
18. 如图，在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，若 $A_1A \perp$ 平面 $ABC$ ,  $AB \perp AC$ ,  $AB = AC = AA_1 = 2$ ,  $A_1C_1 = 1$ ,  $N$ 为 $AB$ 中点， $M$ 为棱 $BC$ 上一动点（不包含端点）.



(1)若 $M$ 为 $BC$ 的中点，求证： $A_1N \parallel$ 平面 $C_1MA$ ；

(2)是否存在点 $M$ ，使得平面 $C_1MA$ 与平面 $ACC_1A_1$ 夹角的余弦值为 $\frac{2}{7}$ ? 若存在，求出 $BM$ 长度；若不存在，请说明理由.

19. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ,  $AD \perp CD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $PA = AD = CD = 2$ ,  $BC = 3$ .  $E$ 为 $PD$ 的中点，点 $F$ 在 $PC$ 上，且 $\frac{PF}{PC} = \frac{1}{3}$ ，设点 $G$ 是线段 $PB$ 上的一点.



(1)若 $\frac{PG}{PB} = \frac{2}{3}$ . 判断直线 $AG$ 是否在平面 $AEF$ 内，说明理由；

(3)设 $CG$ 与平面 $AEF$ 所成角为 $\theta$ ，求 $\sin \theta$ 的范围.

