高二第一次基础测试数学试卷

2024.9

一、单选题

1. 在空间直角坐标系中，点$A(2,1,1)$关于yOz平面对称的点的坐标为（　）

A. $(-2,1,1)$　　B. $(2,-1,1)$　　C. $(2,1,-1)$　　D. $(2,-1,-1)$

2. 已知$\vec{v}$为直线l的方向向量，$\vec{n}_1$，$\vec{n}_2$分别为平面α，β的法向量（α，β不重合），有下列说法：①$\vec{n}_1 /\!/ \vec{n}_2 \Leftrightarrow \alpha /\!/ \beta$；②$\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \alpha \perp \beta$；③$\vec{v} /\!/ \vec{n}_1 \Leftrightarrow l /\!/ \alpha$；④$\vec{v} \perp \vec{n}_1 \Leftrightarrow l /\!/ \alpha$．其中正确的有（　）

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

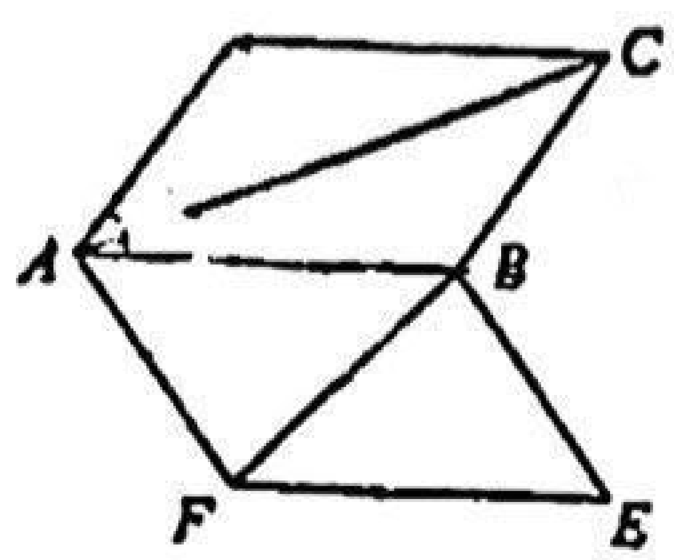
3. 已知向量$\vec{a}=(0,0,1)$，$\vec{b}=(1,-1,1)$，向量$\vec{a}+\vec{b}$在向量$\vec{a}$上的投影向量为（　）.

A. $(0,0,2)$　　B. $(0,0,1)$　　C. $(0,0,-1)$　　D. $(0,0,-2)$

4. PA,PB,PC是从点P出发的三条射线，每两条射线的夹角均为$60°$，那么直线PC与平面PAB所成角的余弦值是（　）

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

5. 如图，平面$ABCD\perp$平面$ABEF$，四边形$ABEF$为正方形，四边形$ABCD$为菱形，$\angle DAB=60°$，则直线AC,FB所成角的余弦值为（　）



A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

6. 已知实数x，y满足$y=\frac{1}{5}x-\frac{3}{5}$，且$-2\le x\le 3$，则$\frac{y-2}{x+1}$的取值范围（　）

A. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup[3,+\infty)$　　B. $\left[-\frac{1}{2},3\right]$

C. $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$　　D. $[-1,3]$

7. 已知直线l和平面α，且$l /\!/ \alpha$，l的方向向量为$\vec{l}=(2,m,1)$，平面α的一个法向量为$\vec{n}=(-1,1,n)$，$(m>0,n>0)$，则$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$的最小值为（　）

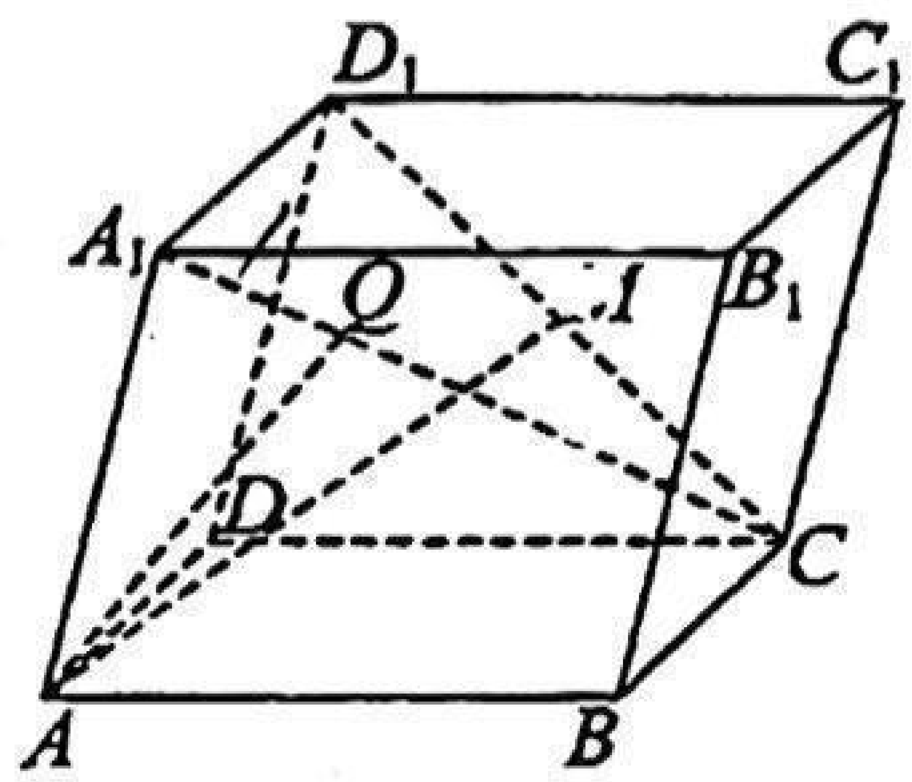
A. 2　　B. 4　　C. $4\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

8. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，PA，PB，PC 两两垂直，且 $PA=PB=PC=2$.若 M 为该三棱锥外接球上的一点，则 $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}$ 的最大值为（　）

A. 2　　　　B. 4　　　　C. $2+2\sqrt{3}$　　　　D. $4+2\sqrt{3}$

二、多选题

9. 如图，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 为 CD_1 的中点，Q 为 CA_1 上靠近点 A_1 的五等分点，则（　）



A. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$

B. $2\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$

C. $\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AA_1}$

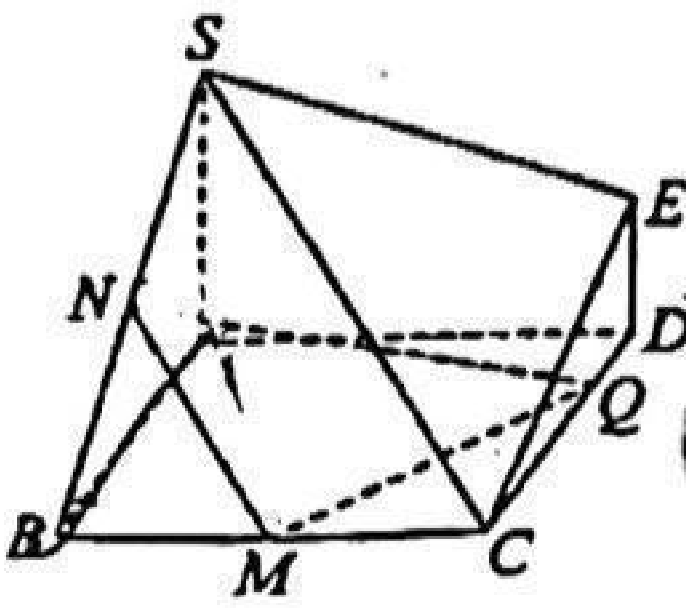
D. $5\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+4\overrightarrow{AA_1}$

10. 已知空间四点 $A(-1,1,0)$, $B(2,2,1)$, $C(1,1,1)$, $D(0,2,3)$，则下列四个结论中正确的是（

A. $AB\perp CD$　　　　B. $AD=\sqrt{11}$

C. 点A到直线 BC 的距离为 $\sqrt{7}$　　　　D. 点 D 到平面 ABC 的距离为 $\sqrt{6}$

11. 如图，在多面体 $ABCDES$ 中，$SA\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 是正方形，且 $DE//SA$，$SA=AB=2DE=2$，M，N 分别是线段 BC，SB 的中点，Q 是线段 DC 上的一个动点（含端点 D，C），则下列说法正确的是（



A. 存在点 Q，使得 $NQ\perp SB$

B. 存在点 Q，使得异面直线 NQ 与 SA 所成的角为60°

C. 三棱锥 $Q-AMN$ 体积的最大值是 $\frac{2}{3}$

D. 当点 Q 自 D 向 C 处运动时，直线 DC 与平面 QMN 所成的角逐渐增大

三、填空题

12. 已知向量 $\vec{a}=(1,m-2,n+3),\vec{b}=(3,4m+1,2n-5)$，且 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $m+n=$________.

13. 已知三点 $A(1,-1)$，$B(a,3)$，$C(4,5)$ 在同一直线上，则实数 a 的值是______.

14. 定义：设 $\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\}$ 是空间的一组基底，若向量 $\vec{p}=x\vec{a}_1+y\vec{a}_2+z\vec{a}_3$，则称实数组 (x,y,z) 为向量 $\vec{p}$ 在基底 $\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\}$ 下的坐标．已知 $\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$ 是空间向量的单位正交基底，$\{\vec{a}+\vec{b},\vec{a}-\vec{b},2\vec{c}\}$ 是空间向量的另一组基底，若向量 $\vec{p}$ 在基底 $\{\vec{a}+\vec{b},\vec{a}-\vec{b},2\vec{c}\}$ 下的坐标为 $(1,2,3)$，则向量 $\vec{p}$ 在基底 $\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$ 下的坐标是________，向量 $\vec{p}$ 的模是________.

四、解答题

15. 已知空间三点$A(-4,0,4)$，$B(-2,2,4)$，$C(-3,2,3)$．设$\bar{a}=\overline{AB},\bar{b}=\overline{BC}$．

(1) 求$|\bar{a}|$，$|\bar{b}|$；

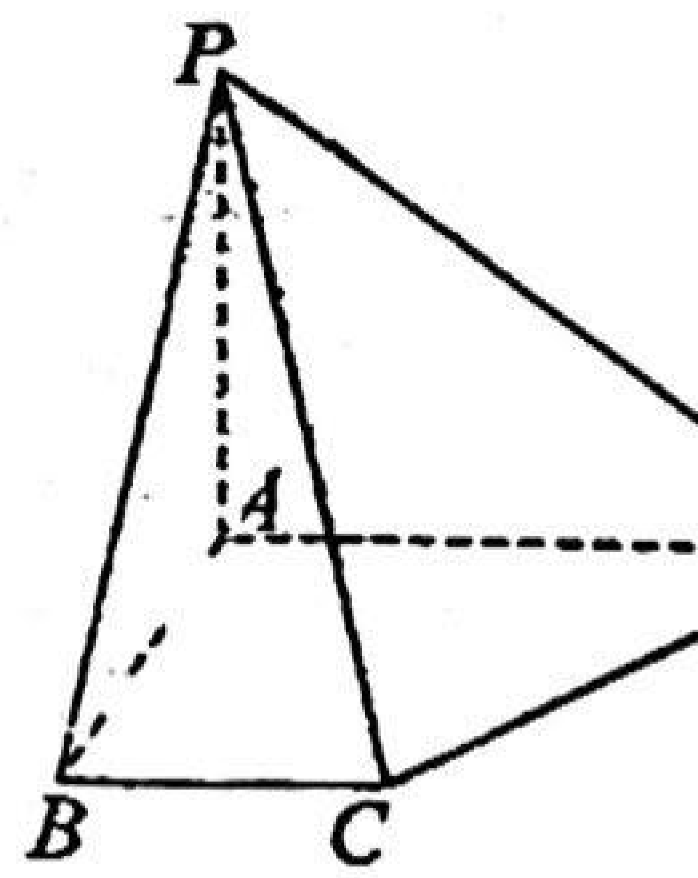
(2) 求$\bar{a}$与$\bar{b}$的夹角；

(3) 若向量$k\bar{a}+\bar{b}$与$k\bar{a}-2\bar{b}$互相垂直，求实数k的值．

16. 如图，已知四棱锥$P-ABCD$的底面$ABCD$是直角梯形，$AD\parallel BC$，$AD=2$，$\angle ABC=90°$，且$PA\perp$平面$ABCD$，$PA=AB=BC=1$．求：

(1) 求平面PCD与平面PBA夹角的余弦值；

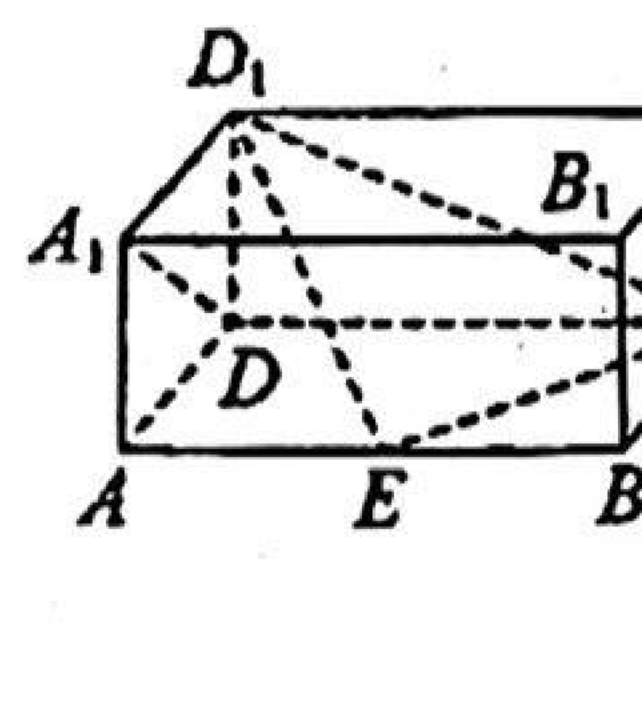
(2) 点A到平面PCD的距离．



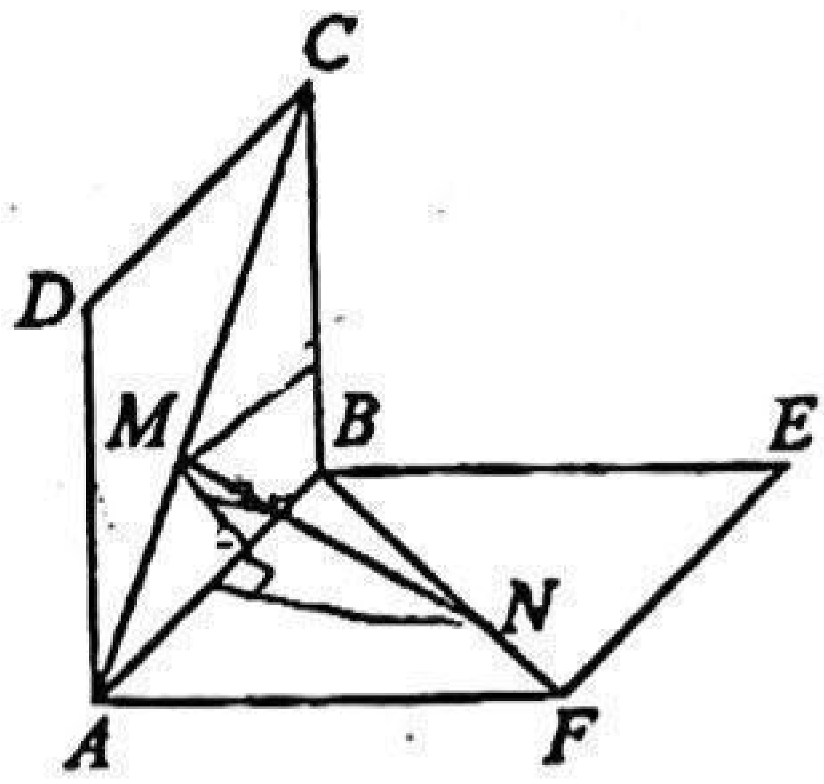
17. 如图，在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AD=AA_1=1,AB=2$，点E在棱AB上移动．

(1) 当点E在棱AB的中点时，求平面D_1EC与平面DCD_1所成的夹角的余弦值；

(2) 当AE为何值时，直线A_1D与平面D_1EC所成角的正弦值最小，并求出最小值



18．在如图所示的试验装置中，两个正方形框架 $ABCD$，$ABEF$ 的边长都是 1，且它们所在的平面互相垂直．活动弹子 M，N 分别在正方形对角线 AC 和 BF 上移动，且 CM 和 BN 的长度保持相等，记 $CM=BN=a\left(0<a<\sqrt{2}\right)$．

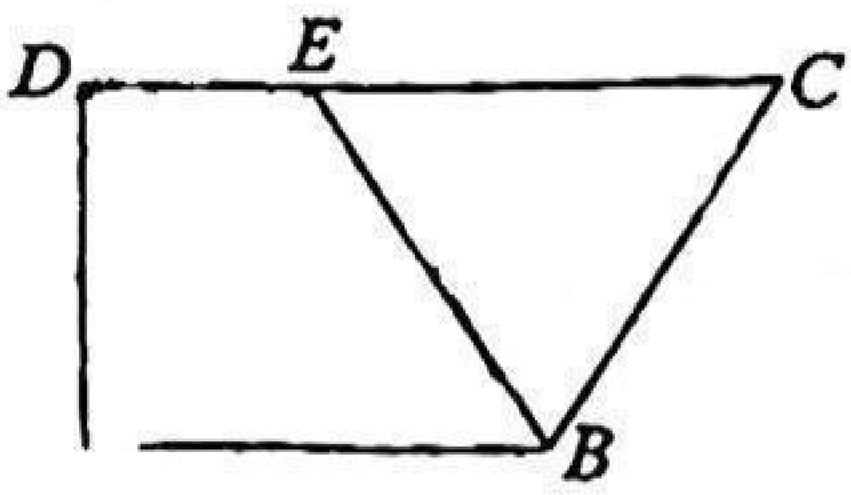


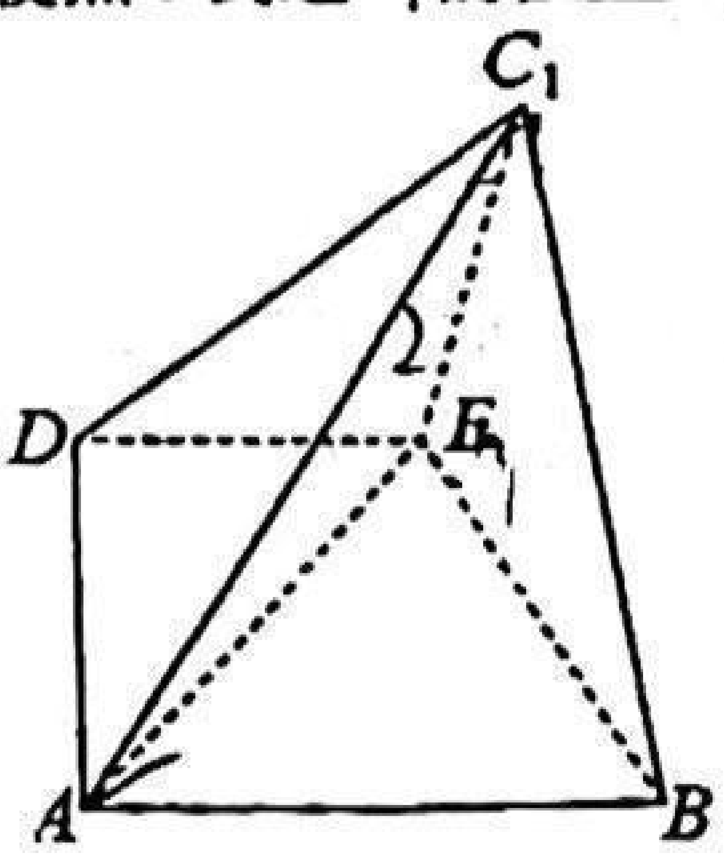
(1) 求 MN 的长；

(2) a 为何值时，MN 的长最小？

(3) 当 MN 的长最小时求平面 MNA 与平面 MNB 夹角的余弦值．

19．图①是直角梯形 $ABCD, AB//CD, \angle D=90^\circ$，四边形 $ABCE$ 是边长为 2 的菱形，并且 $\angle BCE=60^\circ$，以 BE 为折痕将 ΔBCE 折起，使点 C 到达 C_1 的位置，且 $AC_1=\sqrt{6}$．





②

(1) 求证：平面 $BC_1E\perp$ 平面 $ABED$；

(2) 在棱 DC_1 上是否存在点 p，使得点 p 到平面 ABC_1 的距离为 $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$？若存在，求出直线 EP 与平面 ABC_1 所成角的正弦值：若不存在，请说明理由．