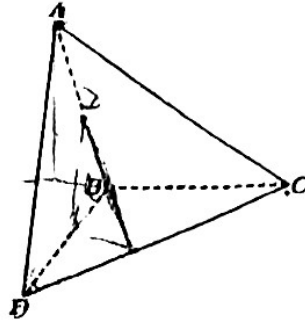


18. (本小题 17 分)

如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 所在平面垂直, 且 $AB = BC = BD$, $\angle CBA = \angle DBC = 120^\circ$. 求:

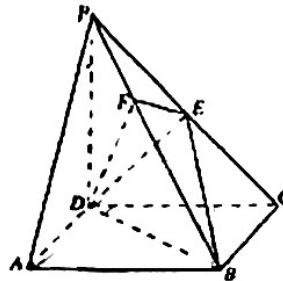
- (1) 直线 AD 与直线 BC 所成角的大小;
- (2) 平面 ABD 和平面 BDC 的夹角的余弦值.



19. (本小题 17 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD = DC$. E 是 PC 的中点, 作 $EF \perp PB$ 交 PB 于 F .

- (1) 证明: $PA \parallel$ 平面 BDE ;
- (2) 若 $PG:GC = 2:1$, 在棱 PB 上求一点 H 使得 $AH \parallel$ 平面 BDG .



15. (本小题 13 分)

已知 z 为复数, $z + 2i$ 和 $\frac{z}{2-i}$ 均为实数, 其中 i 是虚数单位.

(1) 求复数 z 和 $|z|$;

(2) 若 $z_1 = \bar{z}_i + \frac{1}{m-1} - \frac{7}{m+2}i (m \in R)$ 在第四象限, 求 m 的取值范围.

16. (本小题 15 分)

已知 $z = \frac{a+i}{1-i} (a \in R)$ 为纯虚数.

(1) 求 a ;

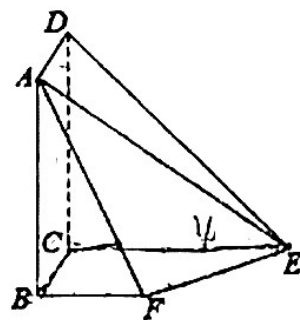
(2) 求 $z^1 + z^2 + z^3 + \dots + z^{2025}$ 的值.

17. (本小题 15 分)

如图所示, 平面 $ABCD \perp$ 平面 $BCEF$, 且四边形 $ABCD$ 为矩形, 四边形 $BCEF$ 为直角梯形, $BF \parallel CE$, $BC \perp CE$, $DC=CE=1$, $CB=BF=2$.

(1) 求直线 BE 与平面 ADE 所成角的正弦值;

(2) 求点 B 到平面 ADE 的距离



8. 已知 $\vec{n}_1 = (-1, 9, 1)$, $\vec{n}_2 = (m, -3, 2)$, $\vec{n}_3 = (0, 2, 1)$, 若 $\{\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3\}$ 不能构成空间的一个基底, 则 $m =$ ()

- A. 3 B. 1 C. 5 D. 7

二、多选题: 本题共3小题, 共18分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求.

9. 已知复数 $z = -(2i + 6)i$, 则(

- A. $\bar{z} + i$ 的模长为 $\sqrt{29}$
 B. z 在复平面内对应的点在第四象限
 C. $z - 2$ 为纯虚数
 D. 在复数范围内, z 是方程 $x^2 - 4x + 40 = 0$ 的一个解

10. 已知复数 $z = a + \sqrt{3}i (a \in \mathbb{R})$ 在复平面内对应的点位于第二象限, 且 $|z| = 2$ 则下列结论正确的是()

- A. $z^3 = 8$ B. z 的虚部为 $\sqrt{3}$
 C. z 的共轭复数为 $1 + \sqrt{3}$ D. $z^2 = 4$

11. 下列说法错误的是(

- A. 若空间向量 $\vec{a} // \vec{b}$, 则存在唯一的实数 λ , 使得 $\vec{b} = \lambda \vec{a}$
 B. A, B, C 三点不共线, 空间中任意点 O , 若 $\vec{OP} = \frac{3}{4}\vec{OA} + \frac{1}{8}\vec{OB} + \frac{1}{8}\vec{OC}$, 则 P, A, B, C 四点共面
 C. $\vec{a} = (x, 2, 1)$, $\vec{b} = (4, -2 + x, x)$, \vec{a} 与 \vec{b} 夹角为钝角, 则 x 的取值范围是 $(-\infty, \frac{4}{7})$
 D. 若 $\{\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}\}$ 是空间的一个基底, 则 O, A, B, C 四点共面, 但不共线

三、填空题: 本题共3小题, 每小题5分, 共15分.

12. 已知直线 l 的方向向量为 $(2, m, 1)$, 平面 α 的法向量为 $(1, \frac{1}{2}, 2)$, 且 $l // \alpha$, 那么 $m =$ _____.

13. 已知 \vec{a}, \vec{b} 是空间两向量, 若 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{7}$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 _____.

14. 已知复数 z 满足 $|z| = 1$, 则 $|z + 2 + \sqrt{5}i|$ 的取值范围是 _____.

四、解答题: 本题共4小题, 共77分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

无锡市市北高级中学2024—2025学年第一学期

高二年级数学学科阶段检测卷

命题人：赵家琳 审题人：朱建霞 校对入：赵家琳

时间：120分钟 分值：150分 日期：2024.10

一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z = (1 + i)^2$ (i 为虚数单位)，则复数 z 的虚部为()

- A. 2 B. -2 C. $2i$ D. $-2i$

2. 已知复数 z 满足 $(z + 3)i = 3 - i$ ，则 $|z| =$ ()

- A. $\sqrt{10}$ B. 4 C. 5 D. $2\sqrt{6}$

3. 空间四边形 $OABC$ 中， $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ， $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ ，点 M 在线段 AC 上，且 $AM = 2MC$ ，点 N 是 OB 的中点，则 $\overrightarrow{MN} =$ ()

- A. $\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$ B. $\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}$
 C. $-\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$ D. $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$

4. 已知空间向量 $\vec{a} = (x, 1, 2)$ ， $\vec{b} = (4, 2, 4)$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则 $x =$ ()

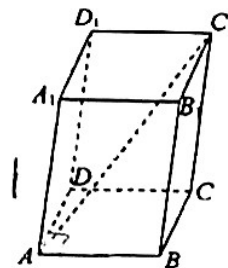
- A. 1 B. $-\frac{5}{2}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. 3

5. 若 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 构成空间的一个基底，则下列向量共面的是()

- A. $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, \vec{c} B. $\vec{a} - \vec{c}$, $\vec{a} + \vec{c}$, \vec{b}
 C. $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, \vec{a} D. $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

6. 如图，在平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = 1$ ， $AD = 1$ ， $AA_1 = 1$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $\angle BAA_1 = \angle DAA_1 = 60^\circ$ ，则线段 AC_1 的长为()

- A. 5 B. 3 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{3}$



7. 已知空间内三点 $A(1, 0, 2)$ ， $B(-1, 2, 0)$ ， $C(0, 3, 1)$ ，则点 A 到直线 BC 的距离是()

- A. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$