2024-2025省锡中高二上学期第一次月考数学

数学

（考试时间：120分钟　试卷满分：150分）

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设m为实数，已知直线l_1：$mx+2y-2=0$，l_2：$5x+(m-3)y-5=0$，若$l_1//l_2$，则$m=$（　　）

A. -5　　B. 2　　C. 2或-5　　D. 5或-2

2. 已知椭圆的$\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{4}=1$的焦距为2，则$m$的值为（　　）

A. 5　　B. $\sqrt{5}$　　C. 3或5　　D. $\sqrt{5}$或$\sqrt{3}$

3. 若双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的右焦点$F(c,0)$到其渐近线的距离为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}c$，则$\dfrac{b}{c}=$（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

4. 在平面直角坐标系xOy中，已知点$A(3,0)$，动点$P(x,y)$满足$\dfrac{|PA|}{|PO|}=2$，则动点P的轨迹与圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$的位置关系是（　　）

A. 外离　　B. 外切　　C. 相交　　D. 内切

5. 设P为椭圆$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$上的任意一点，$F_1$，$F_2$为其上、下焦点，则$|PF_1|\cdot|PF_2|$的最大值是（　　）

A. 4　　B. 6　　C. 9　　D. 12

6. 已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，过点$A(\sqrt{2},0)$的直线$l$与双曲线有且仅有一个交点$B(2\sqrt{2},1)$（非切点），则该双曲线的方程为（　　）

A. $\dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$　　C. $\dfrac{x^2}{2}-3y^2=1$　　D. $x^2-y^2=7$

7. 已知O为坐标原点，双曲线C的渐近线方程是$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$，且经过点$M\left(3\sqrt{2},\sqrt{3}\right)$，过$C$的右焦点$F$

的直线与C两条渐近线分别交于点A，B，以OA为直径的圆M过点B，则下列说法不正确的是（　　）

A. 双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$

B. 直线AB的倾斜角为$\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$

C. 圆M的面积等于9π

D. $\triangle OAF$与$\triangle OAB$的面积之比为$2:5$

8. 设直线 $l:x+y-1=0$，一束光线从原点 O 出发沿射线 $y=kx\left(x\geqslant 0\right)$ 向直线 l 射出，经 l 反射后与 x 轴交于点 M，再次经 x 轴反射后与 y 轴交于点 N. 若 $\left|MN\right|=\frac{\sqrt{13}}{6}$，则 k 的值为（　　）

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{3}$

二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9. 设F_1，F_2是椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$的两个焦点，$P$是椭圆上一点，且$\left|PF_1\right|-\left|PF_2\right|=2$．则下列说法中正确的是（　　）

A. $\left|PF_1\right|=5$，$\left|PF_2\right|=3$

B. $\triangle PF_1F_2$为直角三角形

C. $\triangle PF_1F_2$的面积为6

D. $\triangle PF_1F_2$的面积为12

10. 已知圆$O:x^2+y^2=4$，则（　　）

A. 圆O与直线$mx+y-m-1=0$必有两个交点

B. 圆O上存在4个点到直线$l:x-y+\sqrt{2}=0$的距离都等于1

C. 圆O与圆$x^2+y^2-6x-8y+m=0$恰有三条公切线，则$m=16$

D. 动点P在直线$x+y-4=0$上，过点P向圆O引两条切线，A、B为切点，则四边形$PAOB$面积最小值为2

11. 已知F_1,F_2为双曲线$C:\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1$的左、右焦点，过$F_2$的直线交双曲线$C$的右支于$P$，$Q$两点，则下列叙述正确的是（　　）

A. 直线 PF_1 与直线 PF_2 的斜率之积为 $\frac{3}{2}$

B. $|PQ|$ 的最小值为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

C. 若 $|PQ|=2\sqrt{3}$，则 $\triangle PF_1Q$ 的周长为 $8\sqrt{3}$

D. 点 P 到两条渐近线的距离之积 $\frac{6}{5}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 过直线 $4x+2y+5=0$ 与 $3x-2y+9=0$ 的交点，且垂直于直线 $x+2y+1=0$ 的直线方程是______.

13. 若过双曲线焦点且与双曲线实轴线垂直的弦的长等于焦点到渐近线距离的 2 倍，则此双曲线的离心率为__________.

14. 已知椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ 的右焦点为 F，点 P 在椭圆上且在 x 轴上方．若线段 PF 的中点 M 在以原点 O 为圆心，$|OF|$ 为半径的圆上，则直线 PF 的斜率是______________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步聚.

15. 已知直线 $m:(a-1)x+(2a+3)y-a+6=0$，$n:x-2y+3=0$.

（1）若坐标原点 O 到直线 m 的距离为 $\sqrt{5}$，求 a 的值；

（2）当 $a=0$ 时，直线 l 过 m 与 n 的交点，且它在两坐标轴上的截距相反，求直线 l 的方程.

16. 双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 2，经过 C 的焦点垂直于 x 轴的直线被 C 所截得的弦长为 12.

（1）求 C 的方程；

（2）设 A，B 是 C 上两点，线段 AB 的中点为 $M(5,3)$，求直线 AB 的方程.

17. 已知圆 $C:(x-a)^2+(y-2+a)^2=1$，点 $A(3,\ 0)$，O 为坐标原点.

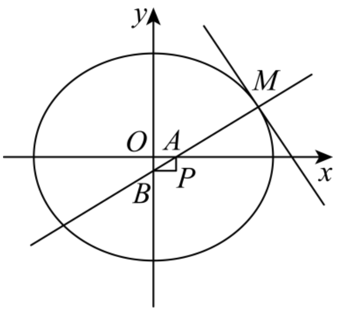
（1）若 $a=1$，求圆 C 过 A 点的切线方程；

（2）若直线 $l:x-y+1=0$ 与圆 C 交于 M，N 两点，且 $\overline{OM}\cdot\overline{ON}=\frac{3}{2}$，求 a 的值；

（3）若圆 C 上存在点 P，满足 $|OP|=2|AP|$，求 a 的取值范围.

18. 已知椭圆 $C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，左、右焦点分别为 F_1,F_2，短轴的其中一个端点为 B_1，长轴端点

为 A_1, A_2，且 $\triangle B_1F_1F_2$ 是面积为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形.



（1）求椭圆 C_1 的方程及离心率；

（2）如图，直线 $l: y=kx+m$ 与椭圆 C_1 有唯一的公共点 M，过点 M 且与 l 垂直的直线分别交 x 轴，y 轴于 $A(x,0), B(0,y)$ 两点．当点 M 运动时，求点 $P(x,y)$ 的轨迹方程.

19. 平面直角坐标系中，圆 M 经过点 $A(\sqrt{3},1)$，$B(0,4)$，$C(-2,2)$.

（1）求圆 M 的标准方程；

（2）设 $D(0,1)$，过点 D 作直线 l_1，交圆 M 于 PQ 两点，PQ 不在 y 轴上.

①过点 D 作与直线 l_1 垂直的直线 l_2，交圆 M 于 EF 两点，记四边形 $EPFQ$ 的面积为 S，求 S 的最大值；

②设直线 OP，BQ 相交于点 N，试证明点 N 在定直线上，求出该直线方程.