江苏省太湖高级中学2024—2025学年第一学期高二年级阶段性检测

（数学试卷）2024.10

总分：150分　　时间：120分钟

一、单选题（本大题共8小题，共40.0分）

1. 已知复数z满足$z=1+2i$，则共轭复数$\bar{z}$的虚部为（　　）

A. $2i$　　B. -1　　C. -2　　D. i

2. 直线l_1经过$A(0,0)$，$B(\sqrt{3},1)$两点，直线l_2的倾斜角是直线l_1的倾斜角的2倍，则l_2的斜率为（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 1

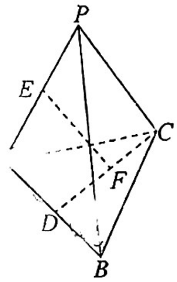
3. 若直线l的方向向量$\vec{a}=(1,2,-1)$，平面α的一个法向量$\vec{m}=(-2,-4,k)$，若$l\perp\alpha$，则实数$k=$（　　）

A. 2　　B. -10　　C. -2　　D. 10

4. 若异面直线l_1，l_2的方向向量分别是$\vec{a}=(0,-2,-1)$，$\vec{b}=(2,0,4)$，则异面直线l_1与l_2的夹角的余弦值等于（　　）

A. $\frac{2}{5}$　　B. $-\frac{2}{5}$　　C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

5. 如图，在三棱锥$P-ABC$中，点D，E，F分别是AB，PA，CD的中点，设$\overrightarrow{PA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{PB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{PC}=\vec{c}$，则$\overrightarrow{EF}=$（　　）



A. $\frac{1}{4}\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$

B. $\frac{1}{4}\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$

C. $\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$

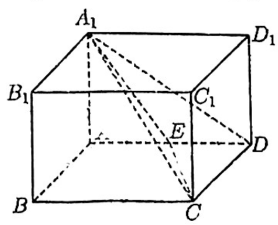
D. $-\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$

6. 设$A(-2,3)$，$B(1,2)$，若点$P(x,y)$在线段AB上，则$\frac{y+1}{x}$的取值范围是（　　）

A. $[-2,3]$　　B. $(-2,3)$

C. $(-\infty,-2]\cup[3,+\infty)$　　D. $(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$

7. 如图，在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=AA_1=2$，$BC=4$，E为AD中点，则三棱锥A_1-CDE外接球的表面积为（　　）



A. 8π

B. 24π

C. 32π

D. 44π

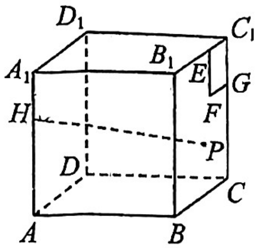
8. 如图，已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$棱长为1，点H在棱AA_1上，且$HA_1=\frac{1}{3}$，在侧面BCC_1B_1内作边长为$\frac{1}{3}$的正方形$EFGC_1$，P是侧面BCC_1B_1内一动点，且点P到平面CDD_1C_1距离等于线段PF的长，则当点P运动时，HP的最小值是（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{13}}{3}$

B. $\dfrac{\sqrt{13}}{4}$

C. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

D. $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$



二、多选题(本大题共3小题,共18.0分)

9. 关于复数z,下面是真命题的是　　(　　)

A. 若$\frac{1}{z}\in R$,则$z\in R$　　B. 若$z^2\in R$,则$z\in R$

C. 若$z^2=|z|^2$,则$z\in R$　　D. 若$z\in R$,则$\bar{z}\in R$

10. 关于空间向量,以下说法正确的是　　(　　)

A. 已知向量$\vec{a}=(9,4,-4)$,$\vec{b}=(1,2,2)$,则$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影向量为$(1,2,2)$

B. 直线$x\sin\alpha+y+2=0$的倾斜角θ的取值范围是$\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$

C. 设$\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$是空间中的一组基底,则$\{\vec{a}-\vec{b},\vec{b}+\vec{c},\vec{a}+\vec{c}\}$也是空间的一组基底

D. 已知A,B,C三点不共线,对于空间任意一点O,若$\overrightarrow{OP}=\frac{2}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{5}\overrightarrow{OB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{OC}$,则$P$,$A$,$B$,$C$四点共面

11. 正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$棱长为2,P为空间中一点,下列论述正确的是　　(　　)

A. 若$\overrightarrow{DP}=\lambda\overrightarrow{DC_1}$,则$\Delta AB_1P$的面积为定值

B. 若$\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB_1}(\lambda\in[0,1])$,三棱锥$P-A_1BC$的体积为定值

C. 若$\overrightarrow{DP}=\lambda\overrightarrow{DD_1}$,则面$AB_1P\perp$面$A_1BCD_1$

D. 若$\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}+\frac{\lambda}{2}\overrightarrow{BB_1}(\lambda\in[0,1])$,有且仅有一个点$P$,使得$A_1C\perp$平面$AB_1P$

三、填空题(本大题共3小题,共15.0分)

12. 若直线l的倾斜角为$120°$,则该直线的一个方向向量为________.

13. 在一平面直角坐标系中,已知$A(-1,2)$,$B(2,-4)$,现沿x轴将坐标平面折成$60°$的二面角,则折叠后A,B两点间的距离为______

14. 正四面体$ABCD$棱长为6,$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}+z\overrightarrow{AD}$,且$x+y+z=1$,以$A$为球心且半径为1的球面上有两点$M$,$N$,$\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{AN}$,则$\overrightarrow{PM}^2+\overrightarrow{PN}^2$的最小值为__________.

四、解答题

15. 已知复数z满足$z+\bar{z}=2$,$z-\bar{z}=4i$.

(1) 求$|3+\bar{z}|$;

(2) 设复数$z\bar{z}$,$z+2\bar{z}$,$\frac{10}{z}$在复平面内对应的点分别为A,B,C,求$\cos<\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}>$.

16. 已知点 $A(0,1,-1)$，$B(2,2,1)$，O 为坐标原点，向量 $\vec{a}=\overrightarrow{OA},\vec{b}=\overrightarrow{OB}$，计算：

(1) 求向量 $\vec{b}$ 同向的单位向量 $\vec{b_0}$；

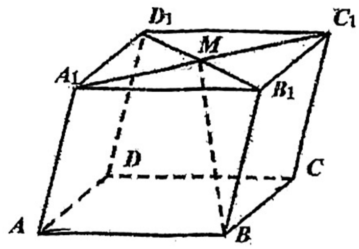
(2) 若 $(k\vec{a}+b)\perp(3\vec{a}-\vec{b})$，求 k 的值；

(3) 求点 O 到直线 AB 的距离．

17. 如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，以顶点 A 为端点的三条棱长都是 1，且它们彼此的夹角都是 $60°$，M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点．若 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，

(1) 用 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 表示 $\overrightarrow{BM}$；

(2) 求 $\cos\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AC_1}\rangle$；

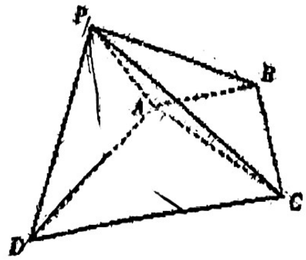


18. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$\triangle PAD$ 为等边三角形，边长为 2，$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，$AB\perp BC$，$AC=1$，$\angle DAC=90°$，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$.

(1) 证明：$AC\perp$ 平面 PAD；

(2) 求点 A 到平面 PBC 的距离；

(3) 棱 PD 上是否存在一点 E，使得 $AE\,/\!/$ 平面 PBC? 若存在，求出 $\dfrac{PE}{PD}$ 的值；若不存在，请说明理由.



19. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，点 M,N 分别为 BC,PA 的中点，且 $AB=AC=1$,$AD=\sqrt{2}$.

(1) 若 $PA=1$，求直线 MN 与平面 PBC 所成角的余弦值；

(2) 若直线 AC 与平面 PBC 所成角的正弦值的取值范围为 $\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right]$，求平面 PBC 与平面 $ABCD$ 的夹角的余弦值的取值范围.