2024-2025 学年度 10 月阶段性考试
高二数学试卷

命题人：许薇嫣　　　　审核人：吴晓贤

考试时间：　120 分钟　　　　分值：150 分

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知向量 $\vec{a}=(-1,2,3),\vec{b}=(2,x,-4)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则实数 x 的值为（ B ）

$-2+2x-12=0$　$x=7$

A. 8　　　　B. 7　　　　C. -7　　　　D. 14

2. 已知过 $A(m,2),B(-m,m-1)$ 两点的直线的倾斜角是 45°，则 A,B 两点间的距离为（ C ）

A. 2　　$1,2$　$-1,0$　　B. $\sqrt{6}$　　$\frac{m-3}{-2m}=1$　　C. $2\sqrt{2}$　　　　D. $3\sqrt{2}$

3. 已知向量 $\vec{a}=(-1,3,-2),\vec{b}=(2,-1,3),\vec{c}=(4,3,m)$，若 $\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$ 不能构成空间的一个基底，则实数 m 的值为（ C ）

A. -10　　　　B. 0　　　　C. 5　　　　D. $\frac{37}{7}$

4. 已知空间向量 $\vec{a}=(2,-1,2)$，$\vec{b}=(1,-2,1)$，则向量 $\vec{b}$ 在向量 $\vec{a}$ 上的投影向量是（ A ）

$2+2+2$　$\frac{6}{3}=2$

A. $\left(\frac{4}{3},-\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$　　　　B. （2，－1，2）　　　　C. $\left(\frac{2}{3},-\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$　　　　D. （1，－2，1）

5. 若直线 $l_1: mx+3y+4=0$ 与直线 $l_2: 2x+(m+1)y+4=0$ 平行，则 m 的值为（ B ）

A. 2　　　　B. -3　　　　C. 2 或 -3　　　　D. -2 或 -3

6.已知点 $A(2,3)$，$B(-5,2)$，若过点 $C(-1,5)$ 的直线 l 与线段 AB 相交，则直线 l 的斜率的取值范围是（ D ）

$k_{AC}=\frac{2}{-3}$

A. $\left[-\frac{2}{3},\frac{3}{4}\right]$　　　　B. $\left(-\frac{2}{3},\frac{3}{4}\right)$　　　　C. $(-\infty,-\frac{2}{3})\cup(\frac{3}{4},+\infty)$　　　　D. $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$

7.已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为正方形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=AB=1$，点 E 是 BC 的中点，则点 E 到直线 PD 的距离是（ D ）

A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$　　　　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　D. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

8. 如图，棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为线段 B_1D_1 上动点（包括端点）.

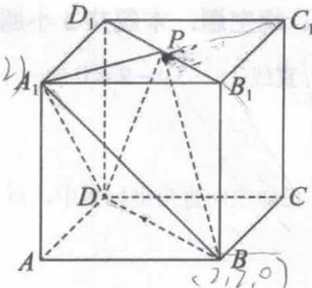
①当点 P 为 B_1D_1 中点时，异面直线 A_1P 与 BD 所成角为 $\frac{\pi}{2}$　　　　4+2　　$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}\times 2$

②三棱锥 $P-A_1BD$ 中，点 P 到面 A_1BD 的距离为定值 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\frac{\sqrt{12}}{6}\times 3$　　$2\sqrt{3}$

$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{12}}{6}\cdot 3$　　$2\sqrt{3}$

③过点 P 且平行于面 A_1BD 的平面被正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 截得的多边形的面积为 $2\sqrt{3}$



④直线 PA_1 与面 A_1BD 所成角的正弦值的范围为 $\left[\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{6}}{3}\right]$

以上命题为真命题的个数为（ B ）

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分.

9. 下列说法错误的是（ ABD ）

A. 过点 $A(-2,-3)$ 且在两坐标轴上截距相等的直线 l 方程为 $x+y+5=0$

B. 直线 $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1$ 在 y 轴上的截距为 3

C. 若直线 l 的一个方向向量是 $\vec{e}=(-1,\sqrt{3})$，则直线 l 的斜率为 $-\sqrt{3}$

D. 过两点 $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ 的直线的方程都可以表示为 $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

10. 下面四个结论正确的是（ ACD ）

A. 若A，B，C 三点不共线，面 ABC 外任一点 O，有 $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$，则 M，A，B，C 四点共面

B. 有两个不同的平面 α，β 的法向量分别为 $\vec{u}$，$\vec{v}$，且 $\vec{u}=(1,2,-2)$，$\vec{v}=(-2,-4,-4)$，则 $\alpha \parallel \beta$

C. 已知向量 $\vec{a}=(1,1,x)$，$\vec{b}=(-3,x,9)$，若 $x<\frac{3}{10}$，则 $\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$ 为钝角

D. 已知 $\vec{n}$ 为平面α的一个法向量，$\vec{m}$ 为直线 l 的一个方向向量，若 $\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\frac{2}{3}\pi$，则 l 与α所成角为 $\frac{\pi}{6}$

11. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，$\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BD_1}$，$\overrightarrow{CQ}=\mu\overrightarrow{CC_1}$，其中 $\lambda\in[0,1]$，$\mu\in[0,1]$，则下列说法中正确的有（ ABD ）

A. 若 $PQ\subset$ 平面 AB_1C，则 $\lambda+\mu=\frac{1}{3}$　　　　B. 若 $PQ//$ 平面 $ABCD$，则 $\lambda=\mu=\frac{1}{2}$

C. 存在 λ，μ，使得 $|PQ|=\frac{3}{5}$　　　　D. 存在 λ，使得对于任意的 μ，都有 $PQ\perp BD$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 直线 $2x-3y-9=0$ 的一个方向向量为 $(1,-\frac{2}{3})$ 　　　$(4,2,-4)$

$(-2,-1,2$

13. 已知空间直角坐标系中，点 $A(-1,1,2)$，$B(-3,0,4)$，若 $|\vec{c}|=6$，$\vec{c}\parallel\overrightarrow{AB}$，则 $\vec{c}=$ ~~$(-4,-2,4)$~~.

$-3+1,-1,2)$ 　$-2,-1,2$

14. 过点 $P(2,4)$ 与 x 轴、y 轴正半轴围成的三角形面积最小时的直线一般式方程为 ~~$x+y-6$~~.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.请在答题卡指定区域内作答.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

-6

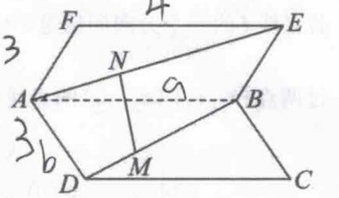
15. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(4,2)$，顶点 C 在 x 轴上，AB 边上的高所在的直线方程为 $x+2y+m=0$.

（1）求直线 AB 的方程；　$2x-y-6$　　　$2y=-x-m$

（2）若 AC 边上的中线所在的直线方程为 $x-y-4=0$，求 m 的值.　　$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}m$

$m=-6$

16.如图，在矩形 $ABCD$ 和 $ABEF$ 中，$AB=4$，$AD=AF=3$，$\angle DAF=\frac{\pi}{3}$，$\overrightarrow{DM}=\lambda\overrightarrow{DB}$，$\overrightarrow{AN}=\lambda\overrightarrow{AE}$，$0<\lambda<1$，记 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b},\overrightarrow{AF}=\vec{c}$.



（1）将 $\overrightarrow{MN}$ 用 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 表示出来；　$\lambda\vec{b}-\vec{b}+\lambda\vec{c}$

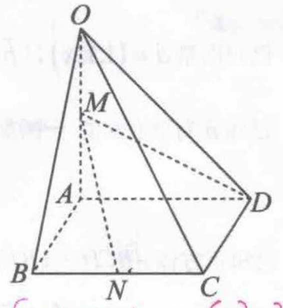
（2）当 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时求 MN 与 AE 夹角的余弦值；　$\frac{\sqrt{3}}{31}$ 　$\frac{3}{10}$

17. 如图，在四棱锥 $O-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$OA\perp$ 底面 $ABCD$，$OA=2$，M 为 OA 的中点，N 为 BC 的中点，解答以下问题：

（1）证明：直线 $MN//$ 平面 OCD；

（2）求直线 AC 与平面 OCD 所成角的正弦值.　$\frac{1}{2}$

（3）求点 N 到平面 OCD 的距离.　$\frac{1}{2}$



$0,1,1$

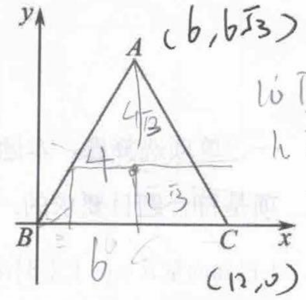
$(2,1,0)$ 　$(2,2,0)$

$0,-1,0$

18. 如图，已知 $A(6,6\sqrt{3})$，$B(0,0)$，$C(12,0)$，直线 $l:(k+\sqrt{3})x-y-2k=0$.

（1）证明直线 l 经过某一定点，并求此定点坐标；$(2,2\sqrt{3})$

（2）若直线 l 等分 $\triangle ABC$ 的面积，求直线 l 的一般式方程；



$10\sqrt{3}$

$6\sqrt{3}$

$3\sqrt{2}\sqrt{3}$

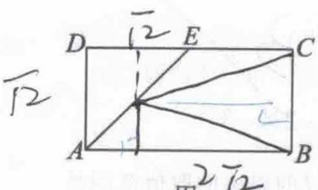
$36\sqrt{3}$

19. 如图甲，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2AD=2\sqrt{2}$, E 为线段 DC 的中点，$\triangle ADE$ 沿直线 AE 折起，使得 $DC=\sqrt{6}$, O 点为 AE 的中点，连接 DO、OC，如图乙.

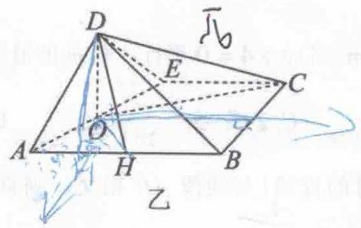
(1)求证：$DO\perp OC$；

(2)线段 AB 上是否存在一点 H，使得平面 ADE 与平面 DHC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{35}}{7}$？若不存在，说明理由；若存在，求出 AH 的长度.

$\frac{\sqrt{2}}{2}$



甲



乙

$\frac{\sqrt{2}}{2}$