

期中复习试卷 1

一、单选题

1. 已知函数 $f(x) = x^2 - x$ ，则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(3, f(3))$ 处的切线方程为 ()
- A. $5x - y - 9 = 0$ B. $5x + y - 9 = 0$ C. $4x + y - 8 = 0$ D. $4x - y - 8 = 0$
2. 下列求导运算不正确的是 ()
- A. $(e^x \cdot \sin x)' = (\cos x + \sin x)e^x$ B. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
- C. $(3^x + \ln 3)' = 3^x \ln 3 + \frac{1}{3}$ D. $[\ln(2x)]' = \frac{1}{x}$
3. 已知函数 $f(x) = 2x - t \ln x$ 存在两个零点，则实数 t 的取值范围为 ()
- A. $\left(\frac{e}{2}, +\infty\right)$ B. $(e, +\infty)$ C. $(2e, +\infty)$ D. $(3e, +\infty)$
4. 函数 $f(x) = (x^2 + ax + 2) \cdot e^x$ 在 $\mathbb{R}$ 上既有极大值也有极小值，则实数 a 的取值范围 ()
- A. $(-2, 2)$ B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ C. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ D. $[-2, 2]$
5. 从 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中不放回地依次取 2 个数，事件 A 为“第一次取到的数是偶数”，事件 B 为“第二次取到的数是奇数”，则 $P(B|A) =$ ()
- A. $\frac{5}{24}$ B. $\frac{5}{16}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{5}{8}$
6. 把外形相同的球分装在三个盒子中，每盒 10 个，其中第一个盒子中有 6 个球标有字母 A，4 个球标有字母 B；第二个盒子中有红球和白球各 5 个；第三个盒子中有红球 8 个，白球 2 个。试验按如下规则进行：先在第一个盒子中任取一个球，若取得标有字母 A 的球，则在第二个盒子中任取一个球；若第一次取得标有字母 B 的球，则在第三个盒子中任取一个球。如果第二次取出的是红球，则称试验成功，则试验成功的概率为 ()
- A. 0.59 B. 0.62 C. 0.48 D. 0.64
7. 已知 $\left(x + \frac{m}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)^5$ 的展开式中常数项为 20，则 $m =$ ()
- A. -3 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$
8. 若可导函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数，当 $x > 0$ 时，有 $\ln x \cdot f'(x) + \frac{1}{x} \cdot f(x) < 0$ ，则不等式 $(x-2) \cdot f(x) > 0$ 的解集为 ()

- A. $(-2, 0)$ B. $(0, 2)$ C. $(-2, 2)$ D. $(2, +\infty)$

二 多选题

9. 已知函数 $f(x) = e^x - ax (x \in \mathbf{R})$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 当 $a = 2$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, \ln 2)$ 上单调递增
 B. 当 $a = e$ 时, $f(x) \geq 0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立
 C. 存在 $a < 0$, 使得 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上不存在零点
 D. 对任意的 $a > 0$, $f(x)$ 有唯一的极小值

10. 已知 $\left(x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的展开式中二项式系数之和为 1024, 则下列说法正确的 ()

- A. 展开式中奇数项的二项式系数和为 256 B. 展开式的各项系数之和为 1024
 C. 展开式中常数项为 45 D. 展开式中含 x^{15} 项的系数为 45

11. 已知函数 $f(x) = x \sin x - \cos x$, 现给出如下结论, 其中正确结论有 ()

- A. $f(x)$ 是奇函数 B. $x = 0$ 是 $f(x)$ 的一个极值点
 C. $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上有且仅有一个零点 D. $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$

三 填空题

12. $(1+x)^3 + (1+x)^4 + \cdots + (1+x)^{n+2}$ 的展开式中 x^2 项的系数等于 _____.

13. 函数 $f(x) = x(x-a)^2$ 的极小值点为 2, 则实数 a 的值为 _____.

14. 函数 $f(x) = \ln x + ax^2 - 2x$ 在区间 $(1, 2)$ 内存在单调递增区间, 则实数 a 的取值范围是 _____.

四 解答题

15. 已知函数 $f(x) = x - x \ln x - a$.

1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = bx + 2$, 求 a 和 b 的值;

2) 求 $f(x)$ 的单调区间与最大值.

16. 设 $(2x-1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$, 求值:

(1) a_3 ; (2) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$; (3) $(a_0 + a_2 + a_4)^2 - (a_1 + a_3 + a_5)^2$.

17. (15 分) 现有编号为 1, 2, 3 的三个口袋, 其中 1 号口袋内装有两个 1 号球, 一个 2 号球和一个 3 号球; 2 号口袋内装有两个 1 号球, 一个 3 号球; 3 号口袋内装有三个 1 号球, 两个 2 号球; 第一次先从 1 号口袋内随机抽取 1 个球, 将取出的球放入与球同编号的口袋中, 第二次从该口袋中任取一个球,
- (1) 在第一次抽到 3 号球的条件下, 求第二次抽到 1 号球的概率;
 - (2) 求第二次取到 1 号球的概率;
 - (3) 如果将 5 个不同小球放入这 3 个口袋内, 每个口袋至少放 1 个, 则不同的分配方法有多少种

18. 某种产品的加工需要经过 5 道工序.

- (1) 如果其中某道工序不能放在最后, 那么有多少种加工顺序?
- (2) 如果其中某 2 道工序既不能放在最前, 也不能放在最后, 那么有多少种加工顺序?
- (3) 如果其中某 2 道工序必须相邻, 那么有多少种加工顺序?
- (4) 如果其中某 2 道工序不能相邻, 那么有多少种加工顺序?

19. 已知函数 $f(x) = ae^x - \ln x - 1$.

- (1) 设 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点. 求 a 的值, 并讨论 $f(x)$ 的零点个数;
- (2) 证明, 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $f(x) \geq 0$.