

## 期中复习试卷(四)

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_

- 1、已知  $\triangle ABC$  的周长为 9, 且  $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 2 : 4$ , 则  $\cos C =$  \_\_\_\_\_.
- 2、在  $\triangle ABC$  中, 若  $a = 3, \cos A = -\frac{1}{2}$ , 则  $\triangle ABC$  的外接圆的半径为 \_\_\_\_\_
- 3、在  $\triangle ABC$  中,  $B = 135^\circ, C = 15^\circ, a = 5$ , 则此三角形的最大边长为 \_\_\_\_\_
- 4、若各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$ ,  $a_1 = 1, a_1 + a_2 + a_3 = 7$ , 则  $a_n =$  \_\_\_\_\_; 前  $n$  项和  $S_n =$  \_\_\_\_\_
- 5、已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项的和为  $S_n$ , 若  $a_4 = 18 - a_5$ , 则  $S_8 =$  \_\_\_\_\_
- 6、已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差为 2, 若  $a_1, a_3, a_4$  成等比数列, 则  $a_2 + a_3$  的值为 \_\_\_\_\_
- 7、已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项的和  $S_n = n^2 + 1$ , 则通项公式  $a_n =$  \_\_\_\_\_
- 8、在  $\triangle ABC$  中, 若  $2 \cos B \sin A = \sin C$ , 则  $\triangle ABC$  的形状一定是 \_\_\_\_\_ 三角形
- 9、已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{a_n}{3a_n + 1} (n \in N^*)$ , 则  $a_n =$  \_\_\_\_\_
- 10、若  $a, b, c$  成等比数列,  $m$  是  $a, b$  的等差中项,  $n$  是  $b, c$  的等差中项, 则  $\frac{a}{m} + \frac{c}{n} =$  \_\_\_\_\_
- 11、变量  $x, y$  满足  $\begin{cases} x - 4y + 3 \leq 0 \\ 3x + 5y < 25 \\ x \geq 1 \end{cases}$ , 则目标函数  $z = 2x + y$  的最小值是 \_\_\_\_\_
- 12、已知两个正数  $x, y$  满足  $x + y = 4$ , 则使不等式  $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} \geq m$  恒成立的实数  $m$  的范围是 \_\_\_\_\_
- 13、 $\triangle ABC$  为钝角三角形,  $a = 3, b = 4, c = x$ , 角  $C$  为钝角, 则  $x$  的取值范围为 \_\_\_\_\_
- 14、一个首项为正数的等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  满足:  $S_5 = S_{10}$ , 则当  $S_n$  最大时,  $n =$  \_\_\_\_\_
- 15、已知  $a, b, c$  是  $\triangle ABC$  中角  $A, B, C$  的对边,  $S$  是  $\triangle ABC$  的面积. 若  $a = 4, b = 5, S = 5\sqrt{3}$ , 求边  $c$  的长度.

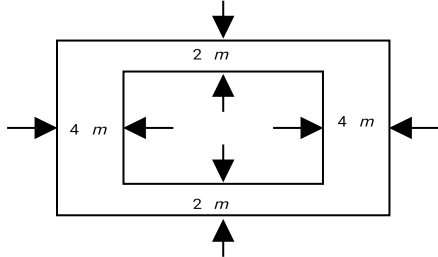
16、设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ，已知 $a_3 = 24$ ， $S_{11} = 0$ 。

(1) 求 $a_n$ ；(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$ ；(3) 当 $n$ 为何值时， $S_n$ 最大，并求 $S_n$ 的最大值。

17、已知函数 $f(x) = \log_3(ax+b)$ 的图象经过点 $A(2,1)$ 和 $B(5,2)$ ，记 $a_n = 3^{f(n)}$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；(2)  $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和；

- 18、学校要建一个面积为  $392m^2$  的长方形游泳池，并且在四周要修建出宽为  $2m$  和  $4m$  的小路（如图所示）。问游泳池的长和宽分别为多少米时，占地面积最小？并求出占地面积的最小值。



- 19、已知集合  $A = \{x | (x-2)[x-(3a+1)] < 0\}$  ,  $B = (2a, a^2 + 1)$   
 (1) 当  $a = 2$  时，求  $A \cap B$  ;      (2) 求使  $B \subseteq A$  的实数  $a$  的取值范围

20. 设数列  $\{a_n\}$  的前项和为  $S_n$  , 且  $S_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$  ,  $\{b_n\}$  为等差数列 , 且  $a_1 = b_1$  ,  $a_2(b_2 - b_1) = a_1$  .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  通项公式 ;

(2) 设  $c_n = \frac{b_n}{a_n}$  , 求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$

1、 $-\frac{1}{4}$  ; 2、 $\sqrt{3}$  ; 3、 $5\sqrt{2}$  ; 4、 $a_n = 2^{n-1}$ 、 $S_n = 2^n - 1$  ; 5、72 ; 6、-10 ;

7、 $a_n = \begin{cases} 2 & n=1 \\ 2n-1 & n \geq 2 \end{cases}$  ; 8、等腰三角形 ; 9、 $\frac{1}{3n-2}$  ; 10、2 ; 11、3 ;

12、 $m \leq \frac{9}{4}$  ; 13、 $5 < x < 7$  ; 14、7 或 8 ;

15、解：  $S = \frac{1}{2} ab \sin C \Rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos C = \frac{1}{2}$  或  $-\frac{1}{2}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 21$  或  $61$  ,  $\therefore c = \sqrt{21}$  或  $\sqrt{61}$  .

16、解：(1) 依题意有  $\begin{cases} a_1 + 2d = 24 \\ 11a_1 + \frac{11 \times 10}{2}d = 0 \end{cases}$  , 解之得  $\begin{cases} a_1 = 40 \\ d = -8 \end{cases}$  ,  $\therefore a_n = 48 - 8n$  .

(2) 由(1)知,  $a_1 = 40$  ,  $a_n = 48 - 8n$  ,  $\therefore S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{(40 + 48 - 8n)n}{2} = -4n^2 + 44n$  .

(3) 由(II)有,  $S_n = -4n^2 + 44n = -4\left(n - \frac{11}{2}\right)^2 + 121$  ,

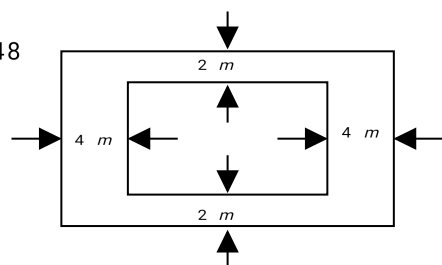
故当  $n = 5$  或  $n = 6$  时,  $S_n$  最大, 且  $S_n$  的最大值为 120.

17、解：设游泳池的长为  $xm$  , 则游泳池的宽为  $\frac{392}{x}m$  , 又设占地面积为  $ym^2$  , 依题意 ,

得  $y = (x+8)\left(\frac{392}{x} + 4\right) = 424 + 4\left(x + \frac{784}{x}\right) \geq 424 + 224 = 648$

当且仅当  $x = \frac{784}{x}$  , 即  $x = 28$  时, 取“=”.

答：游泳池的长为  $28m$  , 宽为  $\frac{73}{7}m$  时, 占地面积最小为  $648m^2$



18、解：(I) 当  $a=2$  时， $A=(2, 7)$ ， $B=(4, 5)$ ， $\therefore A \cap B=(4, 5)$ 。

(II)  $\because B=(2a, a^2+1)$ ，当  $a < \frac{1}{3}$  时， $A=(3a+1, 2)$ ，

要使  $B \subseteq A$ ，必须  $\begin{cases} 2a \geq 3a+1 \\ a^2+1 \leq 2 \end{cases}$ ，此时  $a=-1$ ；当  $a = \frac{1}{3}$  时， $A=\emptyset$ ，使  $B \subseteq A$  的  $a$  不存在；

当  $a > \frac{1}{3}$  时， $A=(2, 3a+1)$ ，要使  $B \subseteq A$ ，必须  $\begin{cases} 2a \geq 2 \\ a^2+1 \leq 3a+1 \end{cases}$ ，此时  $1 \leq a \leq 3$ 。

综上所述，使  $B \subseteq A$  的实数  $a$  的取值范围为  $[1, 3] \cup \{-1\}$ 。